

基于不同概率分位值的荷载特征值取值方法及其比较

汤阳 蒋秀根 剧锦三

(中国农业大学 水利与土木工程学院, 北京 100083)

摘要 在对荷载概率分布模型分析的基础上,采用伯努利试验假设,建立了任意设计基准期内的荷载概率分布模型,提出基于“基准点法”的荷载特征值取值标准,即取设计基准期内荷载极大值分布的概率密度函数最大的荷载作为特征值,并进一步导出了与设计基准期对应的荷载特征值计算公式和表格。采用“基准点法”可以方便求得与设计基准期直接对应的荷载特征值,避免了按“重现期法”计算得到的荷载特征值在设计基准期内的保证概率随设计基准期的缩短而降低的问题,使荷载具有与设计基准期无关且更为安全的统一保证概率。

关键词 概率模型; 特征值; 基准点法; 保证概率

中图分类号 TU 312.1

文章编号 1007-4333(2006)02-0093-05

文献标识码 A

Method and comparison of characteristic value of loads with different probabilities

Tang Yang, Jiang Xiugen, Ju Jinsan

(College of Water Conservancy and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract The probability distribution model of load in an arbitrary design reference period is established based on Bernoulli trials model by analyzing the probability distribution model of loads in the paper. The calculation method of characteristic value of load is put forward on “the referential point method” by which computation formulas and tables of characteristic value of load corresponding to the design reference period are given. It is avoided that the guarantee probability in the design reference period degrades while the design reference period reduces is avoided by adoption of “the referential point method”. The method presented in the paper is more practical to structure design of civil buildings that has a relatively short design reference period.

Key words probability model; characteristic value; referential point method; guarantee probability

荷载特征值是建(构)筑物结构设计的基本依据,也是结构设计必须首要考虑的问题。设计基准期是结构设计的重要依据,荷载取值与设计基准期有关^[1]。建筑物经常遇到风、雪等可变荷载的作用,其幅值随时间变动比较明显,目前国内外主要采用基于概率理论的极限状态设计法,以重现期法确定荷载特征值^[2]。风雪荷载在基准期内的最大值分布符合极值型随机变量模型^[1],重现期法根据由统计方法得出的荷载最大值出现的频率,确定设计年限内荷载最大值的发生概率,进而由其概率分布模型求得荷载特征值。按此方法计算得到的荷载

在设计基准期内的保证概率,随设计基准期的缩短而降低,导致设计基准期较短的建筑安全性偏低^[3-6]。笔者提出基于基准点法的荷载特征值取值标准,取设计基准期内荷载极大值分布的概率密度函数最大的荷载作为特征值,以得到与设计基准期无关的统一的保证概率。

1 荷载的概率模型

1.1 任意时点分布

在建筑结构任意荷载可能发生的时间域内任意取定一个时间点,一切可能出现的结果可以用一个

收稿日期: 2005-06-19

基金项目: 国家重大科技项目(2002BA906A17-3)

作者简介: 汤阳,硕士研究生;蒋秀根,教授,通讯作者,主要从事结构工程方向的研究;jiangxg@cau.edu.cn

随机变量描述,这个随机变量称为任意时点随机变量,此概率模型称为任意时点分布。在此时间点事件发生服从正态分布,其概率密度函数

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}\right]$$

式中: u 为荷载统计的平均值; σ 为荷载统计的均方差; 其概率分布函数

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(x-u)^2}{2\sigma^2}\right] dx$$

建筑结构所受恒载的概率模型属于此类^[2]。

1.2 任意时段荷载极大值分布

能够用依赖于连续时间参数的随机变量族描述的随机现象可以概括为同一个概率模型,即随机过程概率模型。楼面活荷载、风荷载、雪荷载以及地震荷载等常见荷载对建筑结构的作用过程,一般都可以用随机过程概率模型描述。

根据可变荷载的特性,考虑到近似概率方法计算时应用方便且偏于安全等因素,采用了平稳二项随机过程模型作为楼面活载以及风、雪荷载的概率模型,并将此模型简化为基准期内荷载最大值随机变量模型。荷载统计时段概率分布模型符合极值型随机变量模型^[2,7],其概率分布密度函数

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left\{-\exp\left[-\frac{x-u}{\alpha}\right] - \frac{x-u}{\alpha}\right\}$$

概率分布函数

$$F(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{x-u}{\alpha}\right]\right\}$$

概率分布密度函数和概率分布函数曲线见图1。按此模型可以得到统计时段荷载最大值不大于某一数值的概率,对应此数值的概率称为保证概率,大于此数值的概率则称为超越概率。

按荷载出现的相互独立性假设,可知任意时段 $T_2 = nT_1$ 的概率模型与统计时段 T_1 概率模型有如下关系:

$$F_{T_2}(x) = [F_{T_1}(x)]^n = \left\{ \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-u_{T_1}}{T_1}\right)\right] \right\}^n = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-u_{T_1}-T_1 \ln n}{T_1}\right)\right]$$

令

$$T_2 = nT_1, u_{T_2} = u_{T_1} + T_1 \ln n$$

则有

$$F_{T_2}(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-u_{T_2}}{T_2}\right)\right]$$

式中: u_{T_1} 和 u_{T_2} 分别为荷载在统计时段 T_1 和任意时段 T_2 的分布位置参数, T_1 和 T_2 分别为荷载在统计时段 T_1 和任意时段 T_2 的分布尺度参数, $F_{T_1}(x)$ 和 $F_{T_2}(x)$ 为荷载在统计时段 T_1 和任意时段 T_2 的概率分布函数。

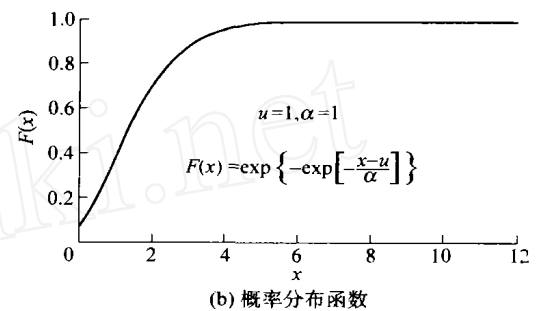
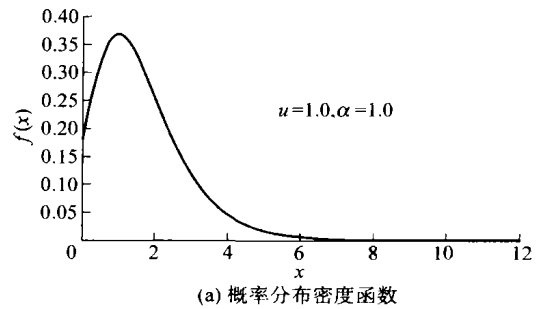


图1 极值型概率分布密度函数(a)与概率分布函数(b)曲线

Fig. 1 Extremum probability distribution density function (a) and probability distribution function (b) graphs

2 荷载特征值的超越概率和保证概率

2.1 重现期法

若荷载重现期为 m, a (年),即在 m 内只有一次机会荷载实际值超过其特征值。据此可知,荷载的年超越概率为 $1/m$,年保证概率为 $1 - 1/m$,则任意设计基准期 T 内其重现期为 m 的保证概率^[7]

$$P_{G,T} = F_T(x = Q_k) = [F_y(x = Q_k)]^T = \left[1 - \frac{1}{m}\right]^T \quad (1)$$

超越概率

$$P_{E,T} = 1 - P_{G,T} = 1 - \left[1 - \frac{1}{m}\right]^T \quad (2)$$

由式(1)可求得不同设计基准期和重现期荷载特征值的保证概率(图2)。

重现期与设计基准期相同时不同设计基准期荷载特征值的保证概率见表1。可以发现:设计基准期 < 50 a 时,采用与其相同的荷载重现期得到的设

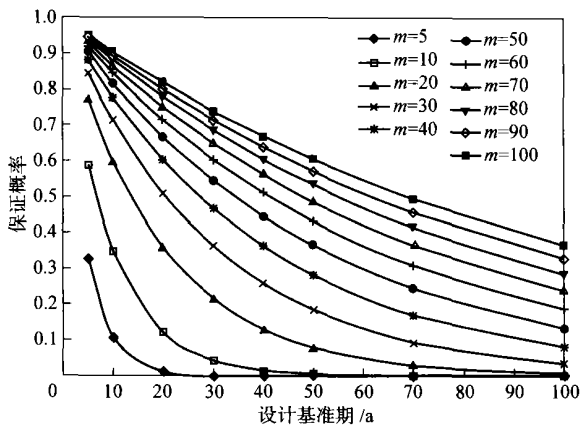


图 2 不同重现期和设计基准期荷载特征值的保证概率
Fig. 2 Guarantee probability in different recurrence period and design reference period on recurrence interval method

设计基准期内荷载特征值的保证概率随设计基准期的缩短而降低, 保证概率取值不统一。这给结构的整体可靠性分析带来了不便, 也不能保证不同设计基准期其具有相同的可靠度。

表 1 重现期与设计基准期相同时荷载特征值的保证概率和超越概率

Table 1 Guarantee probability under a recurrence period and design a reference period of being equal

概率种类	重现期/a							
	5	10	20	30	40	50	70	100
保证概率	0.327 7	0.348 7	0.358 5	0.361 7	0.363 2	0.364 2	0.365 2	0.366 0
超越概率	0.672 3	0.651 3	0.641 5	0.638 3	0.636 8	0.635 8	0.634 8	0.634 0

取荷载特征值 $Q_k = u_y + y \ln T$, 将不同地区的年统计参数 u_y, y 代入, 可求出任意设计年限的风、雪荷载基本值。根据设计基准期内荷载概率分布模型可得任意设计年限荷载特征值的保证概率

$$P_{G, T} = \exp \left[- \exp \left(- \frac{Q_k - u_y - y \ln T}{y} \right) \right] = \exp [- \exp (0)] = 0.367 9 \quad (3)$$

超越概率

$$P_{E, T} = 1 - \exp [- \exp (0)] = 0.632 1 \quad (4)$$

3 两种方法荷载特征值取值及比较

3.1 重现期法

《建筑结构荷载规范》GBJ 9—87^[8] 和 GB 50009—2001^[9] 均采用了极值型随机变量模型描述风雪荷载任意统计年限模型, 但荷载标准值 Q_k 采用不同重现期: 一般建筑基本风压的重现期 GBJ 9—87 取 30 a, 而 GB 50009—2001 取 50 a, 且特别重要或对风荷载比较敏感的高层建筑的基本风压重现

2.2 基准点法

取设计基准期内荷载极大值分布概率密度函数最大的荷载, 依据本文 1.2 中荷载统计方法建立相应的荷载最大值概率模型:

$$F_{Q, T}(x) = [F_{Q, y}(x)]^T = \left\{ \exp \left[- \exp \left(- \frac{x - u_y}{y} \right) \right] \right\}^T = \exp \left[- \exp \left(- \frac{x - u_y - y \ln T}{y} \right) \right] = \exp \left[- \exp \left(- \frac{x - u_T}{T} \right) \right]$$

式中: u_T 和 u_y 分别为设计基准期 (T 年) 和年荷载极大值分布位置参数, $u_T = u_y + y \ln T$; T 和 y 分别为设计基准期 (T 年) 和年荷载极大值分布尺度参数, $T = y$; $F_{Q, T}(x)$ 和 $F_{Q, y}(x)$ 分别为设计基准期内荷载概率分布函数和年概率分布函数; T 为设计年限。

期取 $100 a^{[10]}$, 相应地各城市一般建筑的基本风压值约增大 10 %。

重现期为 m 的荷载特征值年超越概率为 $1/m$, 保证概率为 $1 - 1/m$, 即

$$F_{Q, y}(x) = \exp \left\{ - \exp \left[- \frac{Q_k - u_y}{y} \right] \right\} = 1 - \frac{1}{m} \quad (5)$$

重现期为 m 的荷载特征值

$$Q_{k, m} = u_y - y \ln \left[\ln \left(\frac{m}{m-1} \right) \right] \quad (6)$$

3.2 基准点法

针对不同设计基准期的建筑结构, 依据前述荷载统计方法建立相应的荷载最大值概率分布模型, 取设计基准期内荷载最大值分布概率密度函数最大的荷载, 此时荷载特征值

$$Q_{k, T} = u_y + y \ln T \quad (7)$$

3.3 两种方法所得荷载特征值保证概率比较

根据式 (5) 和 (7) 得到重现期法和基准点法任意设计基准期荷载的保证概率 (图 3)。可以看出: 对

于同一设计年限,基准点法比重现期法具有更高的保证概率,且对于设计年限较短的结构更为合理;对于不同设计年限,基准点法保证概率统一,使不同设计基准期下结构可靠度具有一致性。

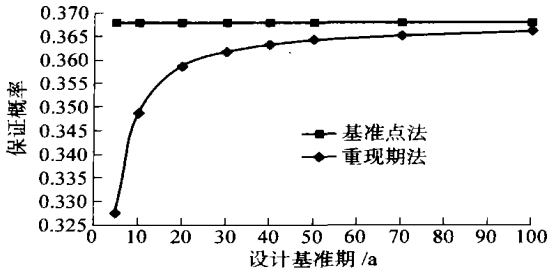


图3 重现期法和基准点法不同设计年限荷载特征值的保证概率

Fig. 3 Comparison of guarantee probability between a referential point method and a recurrence interval method

3.4 风雪荷载特征值取值分析比较

北京地区海拔 54.0 m 处风、雪荷载特征值^[11]

见表 2。

表 2 北京地区风雪压特征值

Table 2 Characteristic value of wind and snow pressure in Beijing

重现期 m/a	荷载/(kN/m ²)	
	风压	雪压
10	0.30	0.25
50	0.45	0.40
100	0.50	0.45

将 GB 50009—2001 给出的重现期分别为 50 和 100 a 的雪压和风压值代入式(6),得方程组

$$\left. \begin{aligned} Q_{k,50} &= u_y - y \ln \ln [50 / (50 - 1)] \\ Q_{k,100} &= u_y - y \ln \ln [100 / (100 - 1)] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

荷载年统计参数

$$\left. \begin{aligned} u_y &= \frac{Q_{k,50} \ln \ln (100/99) - Q_{k,100} \ln \ln (50/49)}{\ln \ln (100/99) - \ln \ln (50/49)} \\ y &= \frac{u_y - Q_{k,50}}{\ln \ln (50/49)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

北京地区风雪荷载年统计参数计算结果见表 3。将计算得到的 u_y 和 y 代入式(6)和(7),可分别求出重现期法和基准点法确定的任意设计基准期的风雪荷载(图 4)。可以发现:同一设计年限,采用基准点法得到的荷载特征值比重现期法稍大,在无需增加太大经济投入的情况下,可以得到更高的保证

概率。

表 3 北京地区风雪荷载的年统计参数

Table 3 Annual statistical parameter of wind and snow pressure in Beijing

荷载类型	u_y	y
风压	0.170 0	0.071 8
雪压	0.121 4	0.071 4

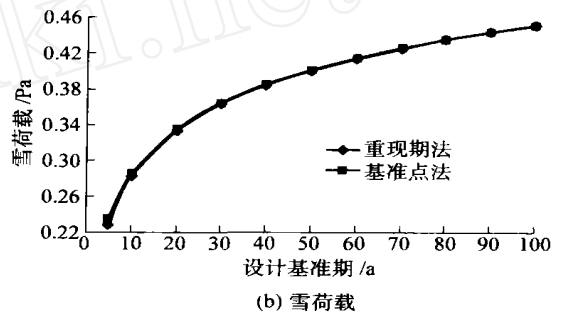
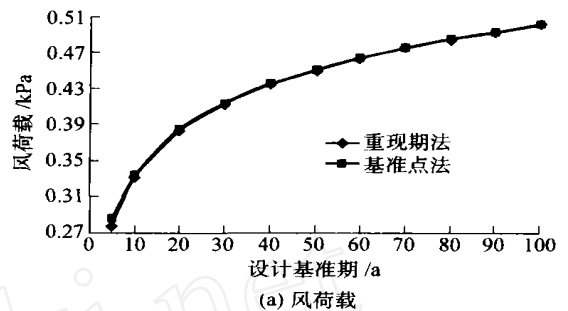


图 4 北京地区风雪荷载的特征值
(a) wind load (b) snow load

4 结论

1) GB 50009—2001 给出的重现期法对于不同设计基准期的荷载特征值计算具有不同的保证概率,对于设计基准期相对较短的建筑物结构偏于不安全。

2) 本文中提出的“基准点法”直接建立对应于设计基准期,在工程中更为简便、实用,更重要的是保证了不同设计基准期的荷载特征值具有相同的保证概率,同时也保证了不同设计基准期结构可靠度的一致性,具有重要的理论价值。

3) “基准点法”计算的荷载特征值保证概率比重现期法计算的荷载保证概率略高,偏于安全且增加不大。

4) 采用本文中给出的“基准点法”计算不同设计基准期的荷载标准值,较重现期方法计算公式简单,

取值安全,并且随设计基准期的增加 2 种方法计算结果趋于一致。

参 考 文 献

- [1] 江见鲸. 混凝土结构工程学[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1998
- [2] 李继华,林忠民,李明顺,等. 建筑结构概率极限状态设计[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1990
- [3] 蒋秀根,雷隽卿. 温室结构刚度及空间作用的简化计算方法[J]. 烟台大学学报:自然科学与工程版,2002, 15(4):286-291
- [4] 王东霞,蒋秀根,梁宗敏. 温室结构设计可靠度水平初探[J]. 农村实用工程技术-温室园艺,2004(4):55-57
- [5] 张丽莉,蒋秀根,剧锦三. 考虑桁架刚度的温室结构风载效应分析方法[J]. 中国农业大学学报,2005,10(6):70-74
- [6] 梁宗敏. 连栋温室结构抗风可靠度设计理论研究[D]. 北京:中国农业大学,2004
- [7] 赵国藩. 工程结构可靠性理论与应用[M]. 大连:大连理工大学出版社,1996
- [8] GB J9—87 建筑结构荷载规范[S]
- [9] GB 50009—2001 建筑结构荷载规范[S]
- [10] 朱炳寅,陈富生. 建筑结构新规范综合应用手册[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2004
- [11] 实用建筑设计手册编写组. 实用建筑设计手册[M]. 北京:机械工业出版社,2004

www.cnki.net