

空间 7R 机构的运动分析

肖丽萍¹ 靳桂萍² 魏文军¹

(1. 中国农业大学 工学院,北京 100083; 2. 北京航空航天大学 工程训练中心,北京 100083)

摘要 提出了一种对空间 7R 机构作全面运动分析的方法。利用向量回转法建立了空间 7R 机构的数学模型,应用数值分析方法调用 MATLAB 函数对 7R 机构进行了运动分析,解出并利用绘图函数表达了 7R 机构任一杆上任一点的速度和加速度。应用实例分析了空间 7R 机构任一杆上任一点的轨迹、速度及加速度,表明所提出的方法是可靠的,完全满足工程计算的精度要求。

关键词 空间机构; 7R 机构; 运动分析

中图分类号 TH112.1; TP312

文章编号 1007-4333(2004)03-0053-03

文献标识码 A

Kinematical analysis of 7R spatial mechanism

Xiao Liping¹, Jin Guiping², Wei Wenjun¹

(1. College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. Engineer Training Center, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract The method by which the movements of 7R mechanism can be analyzed all-sidedly was introduced. The method of rotation vector was used to build the mathematical model of the 7R spatial mechanism. The kinematic quality of the 7R Mechanism was analyzed with the method of numerical differential and transferring function of MATLAB, the velocity and acceleration of any point on any link were figured out and expressed by the drawing functions. The trajectory, velocity and acceleration of any point on any link were analyzed through the examples. The results can be used as the foundation of theory when the other spatial mechanism is to be analysed.

Key words spatial mechanism; 7R mechanism; motion analysis

20 世纪 60 年代有人对最简单的空间 RCCC 四杆机构的位置作过分析,近年来也有人对空间 7R 机构的位置进行了分析^[1]。对于空间机构的运动分析,前人运用求解包含中间运动变量的线性方程的方法求出了空间四杆机构的速度和加速度^[2,3],但这种方法对于六、七杆等空间多杆机构无法解出。笔者在前人应用 MATLAB 函数对 7R 机构作了位置分析的基础上^[1],应用数值微分法调用 MATLAB 函数解决了多杆机构运动分析问题,在 MATLAB 中使用数值微分法编制程序^[4,5],从而对 7R 空间机构的速度和加速度问题进行了详细的分析研究。该方法对于五杆、六杆机构以及其他七杆机构都适用。

1 空间 7R 机构的数学模型及各杆上任意点的轨迹方程

1.1 空间 7R 机构的分析模型

图 1 为空间 7R 机构的分析模型。沿杆长方向的单位向量分别为 e_1, e_2, \dots, e_7 , 沿副长方向的单位向量分别为 e_a, e_b, \dots, e_g 。机构参数:杆长分别为 l_1, l_2, \dots, l_7 , 转动副长分别为 s_a, s_b, \dots, s_g ; 相应构件的扭角为 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$; 运动变量 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7$ 为相应运动副的相对转角,其中 θ_1 为主动件的输入角, θ_7 为从动件的输出角, $\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_6$ 为中间运动变量。杆 1 为主动件,杆 7 为机架。

收稿日期: 2003-09-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10172011)

作者简介: 肖丽萍,硕士研究生; 魏文军,教授,主要从事智能机械设计的研究, E-mail: mechol@cau.edu.cn

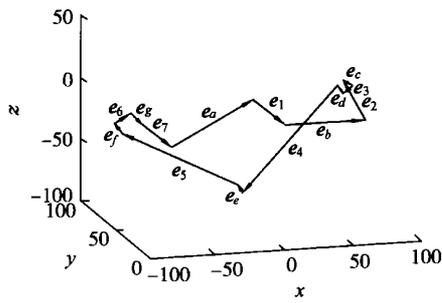


图1 7R机构分析模型

Fig. 1 Analysis model of the 7R mechanism

1.2 任一杆上任意点的轨迹方程

取机架7为参考系, O 为坐标系 $O-ijk$ 的原点, 并取 $i = e_g = [1, 0, 0]^T$, $j = e_7 = [0, 1, 0]^T$, $k = e_g \times e_7 = [0, 0, 1]^T$. 用向量回转法可确定各杆长和副长的单位向量, 其均为 θ_1 的函数, 并可列出向量封闭方程, 即

$$\sum_{i=1}^7 l_i e_i + s_a e_a + s_b e_b + s_c e_c + s_d e_d + s_e e_e + s_f e_f + s_g e_g = 0$$

在给定 θ_1 的值后, 可解出各杆上任意点的轨迹^[5], 即有如下轨迹方程:

$$r_1 = l_7 e_7 + u_1 e_a + v_1 e_1 + w_1 (e_a \times e_1)$$

$$r_2 = l_7 e_7 + s_a e_a + l_1 e_1 + u_2 e_b + v_2 e_2 + w_2 (e_b \times e_2)$$

$$r_3 = l_7 e_7 + s_a e_a + l_1 e_1 + s_b e_b + l_2 e_2 + u_3 e_c + v_3 e_3 + w_3 (e_c \times e_3)$$

$$r_4 = l_7 e_7 + s_a e_a + l_1 e_1 + s_b e_b + l_2 e_2 + s_c e_c + l_3 e_3 + u_4 e_d + v_4 e_4 + w_4 (e_d \times e_4)$$

$$r_5 = l_7 e_7 + s_a e_a + l_1 e_1 + s_b e_b + l_2 e_2 + s_c e_c + l_3 e_3 + s_d e_d + l_4 e_4 + u_5 e_e + v_5 e_5 + w_5 (e_e \times e_5)$$

$$r_6 = l_7 e_7 + s_a e_a + l_1 e_1 + s_b e_b + l_2 e_2 + s_c e_c + l_3 e_d + l_4 e_4 + s_e e_e + l_5 e_5 + u_6 e_f + v_6 e_6 + w_6 (e_f \times e_6)$$

其中 $u_i, v_i, w_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 表示杆上点的位置。

2 空间7R机构的运动分析

2.1 分析原理

在已知任一杆上任意点空间轨迹的基础上, 把空间轨迹分成 n 等份, 调用 MATLAB 中有限差分函数 `diff` 对其中 2 点轨迹进行差分, 再利用差分值得对轨迹上对应 2 点的时间差进行微分, 所得结果即

为位移的变化率, 也就得到 2 点之前 1 点的速度。同理, 速度的变化率就是加速度, 即应用数值微分方法调用 `diff` 函数就可以解出任一杆上任意点的速度和加速度。

2.2 数值微分方法

有限差分函数 `diff(X)` 中, 输入参数 X 可为向量或矩阵。若 X 为向量, 则返回的是 $[X(2) - X(1), X(3) - X(2), \dots, X(n) - X(n-1)]$; 若 X 为矩阵, 则返回的是矩阵每列的差分, 即 $[X(2:n, 1) - X(1:n-1, 1), \dots]$ 。由于 `diff` 计算数组元素间的差分, 所以在 MATLAB 中可以用来求函数的微分。若有一组数据 $X(1), X(2), \dots, X(n)$, 其对应的函数值是 $Y(1), Y(2), \dots, Y(n)$, 现要计算对应值 Y 的变化率 Y_i , 就可以用数值微分法计算, 即 $Y_i = \text{diff}(Y) ./ \text{diff}(X)$ 。

需要说明的是, 由于 `diff` 计算的是 1 至 n 个数组元素间的差分, 其输出比原数组少 1 个元素, 即得到 $n-1$ 个数据, 若要任一杆上任意点的运动轨迹形成一个封闭的曲线, 则需 n 个数据。可用第 1 个数和第 n 个数进行微分, 得到第 n 个微分值, 这样输出元素就和原数组的元素个数相同, 从而就可以得到轨迹曲线相对应的 n 个速度曲线的点。同理对速度的 n 个值再进行微分可得到 n 个相对应的加速度曲线的点, 从而可绘出速度和加速度曲线图。

3 实例分析

3.1 实例

已知条件(长度单位 mm, 角度单位 $^\circ$) 如下:

$$l_1 = 45, l_2 = 15, l_3 = 100, l_4 = -115, l_5 = 10, l_6 = 35, l_7 = 35。$$

$$s_a = 70, s_b = 10, s_c = 10, s_d = 10, s_e = 10, s_f = 10, s_g = -60。$$

$$\theta_1 = 80, \theta_2 = -95, \theta_3 = 0, \theta_4 = 0, \theta_5 = -75, \theta_6 = 80, \theta_7 = 150。$$

实际计算中, 只需求出轨迹对时间的微分, 但由于主动件作匀速转动, 其角速度可设为 $1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 不失一般性, 并且转角与时间成正比, 故轨迹对时间进行微分时就等同于直接对转角微分, 得到速度; 同理, 速度对转角微分就可以得到加速度。

3.2 任一杆上任意点的速度及加速度

杆 7 是机架, 主动曲柄 1 作匀速圆周运动, 其速度和加速度大小不变但方向改变。连架杆 6 为变速

圆周运动,速度和加速度大小和方向均变化。以连杆4为例, $u_4 = -100$, $v_4 = -90$, $w_4 = -80$ 时轨迹、速度及加速度见图2,其中图2(a)和(b)中封闭

曲线为连杆上点的轨迹曲线,箭头表达了速度和加速度的方向。为了更清楚的表达速度的大小,笔者给出了速度标量图(图2(c)),以表示速度3个分量

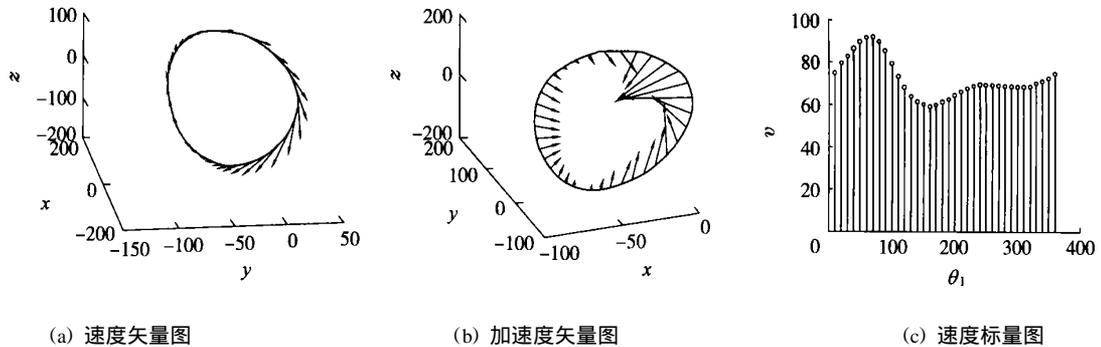


图2 连杆4上点的速度和加速度图

Fig. 2 The figure of velocity and acceleration of any point on link 4

的合成值。

由图2可见,通过改变杆上点的位置坐标 u_i , v_i , w_i , 可以实现所需的特殊轨迹,并可通过其加速度来分析杆上加速度最大或最小的点的位置;进而通过调整最大加速度的值来控制机构惯性力,从而为机构的动力学分析提供依据。

4 结束语

根据所建立的7R机构位置分析的数学模型,在MATLAB软件中应用数值微分法对空间7R机构的速度及加速度进行分析,得到任一杆上任意点的速度及加速度,解决了包含中间运动变量的多元求导难于求解的问题。这一方面有以下特点:

通用。应用此方法可以对空间四杆、五杆、六杆以及其他七杆连杆机构进行全面的运动分析,而对于复杂的具体运动机构,同样可以把其转化为简单的连杆机构来分析。

简单准确。采用本文中的建模及计算方法,可以方便的构造出不同的空间机构。只要在源程序上

改动几个数据便能得到所要分析的机构的参数,使得计算过程准确、迅速。

另外,本文中分析了空间机构任一杆上任意点的速度和加速度,对于空间机构动力学分析中的寻找零惯性力点的问题可以通过直接改变位置坐标来解决。

参 考 文 献

- [1] 周建成,魏文军,靳桂萍. 基于MATLAB的空间7R机构位置分析的新方法[J]. 中国农业大学学报, 2003, 8(4): 30~32
- [2] 祝毓琥,刘行远. 空间连杆机构的分析与综合[M]. 北京:高等教育出版社, 1986. 1~74
- [3] 黄真. 空间机构学[M]. 北京:机械工业出版社, 1989. 1~270
- [4] 苏金明,阮沈勇. MATLAB6.1使用指南[M]. 北京:电子工业出版社, 2002. 47~364
- [5] John H M, Kurtis D F. Numerical methods using MATLAB, Third Edition[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003. 230~243