

提高模态参数识别精度的一种方法

张 平 陈奎孚

(中国农业大学工程基础科学部)

摘 要 提出用模态稀疏结构的频率响应函数(FRF)在共振峰附近的3条谱线来识别其固有频率和阻尼比,并推导了识别公式。以一个简支梁为例对该方法进行了试验考核。在宽频带随机激振条件下,对本文中方法的识别结果与选带分析的测试结果进行比较,结果表明,该方法是一种识别振动模态参数的简便且比较精确的方法。

关键词 频率响应函数; 模态参数; 选带分析

中图分类号 O 321; O 324

The Method for Improving Precision of Estimating Modal Parameter

Zhang Ping, Chen Kuifu

(College of Applied Engineering Sciences, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract For sparse modal structure, a method of estimating natural frequency and damping ratio was developed. In this method, FRF's three spectrum lines in the neighbour of resonance peaks are used. Estimating formula is deduced out. Taking a simple beam as an example, this method is tested. In wide-band excitation, the estimating result is compared with Zoom-FFT's result. It is demonstrated that this method is convenient and accurate in estimating vibration modal parameter.

Key words frequency response function; modal parameter; Zoom-FFT

1 问题的提出

结构的振动模态参数是决定结构动力特性的主要参数。对于重要的工程结构,一般要通过理论计算(有限元)和试验分析(模态试验)获得2套模态参数,并进行互相校核和修正。理论计算无疑具有广泛的适用性,但是某些参数只能通过试验来获取,比如阻尼,其机理非常复杂,理论分析很难导出。

瞬态脉冲激振法(锤击法)和随机激振法是测量频率响应函数(FRF)的常用方法。采用这2种方法测量频率响应函数 $H(\omega)$ 时,激振力和响应时间历程被记录,经快速傅氏变换(FFT)转换为频域数据。由FRF可知各阶固有频率 ω 的大致位置,并可由半功率点法算出各阶阻尼比 ξ 。由于上述方法所需设备较少,操作简便并可迅速得到试验结果,因而在工程测量中得到广泛的应用。但此类方法在试验中经常出现如下问题:1)与局部谱峰左右相邻的2条谱线的数

收稿日期: 2002-03-28

张 平, 北京清华东路17号 中国农业大学(东校区)74信箱, 100083

值已经远小于半功率数值; 2) 局部最大值左右的谱线远偏离对称状态, 即一侧有超过半功率数值的谱线, 而另一侧邻近的谱线数值均远小于半功率数值。这 2 种情况下不仅模态参数识别的准确性存在问题, 而且操作性也有很大问题, 因为此时半功率点很难确定, 阻尼比 ξ 的识别有很大误差。有文献^[1]报道这种现象是由于信号分析仪的频率分辨力不足所引起的, 因而建议采用选带分析 (Zoom-FFT)。此方法难以用于脉冲激振法, 且与上述 2 种方法相比所需时间要长许多, 这将会大大增加试验的复杂性。图 1 为由离散谱线寻找半功率点的示意图, 其中 $|H(\omega)|$ 为频率响应函数幅值, H_m 为最大幅值。

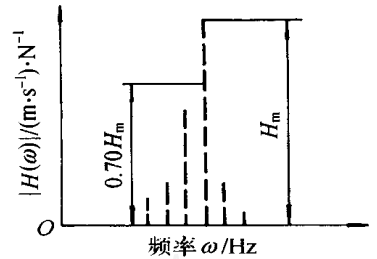


图 1 由离散谱线寻找半功率点

对于结构阻尼较小, 且固有频率又不太密集的情形, 在某一阶模态频率附近可以忽略其他阶模态对 FRF 的贡献, 从而可以利用理想的单自由度模型 (SDOFM) 识别模态参数。由于 SDOF 只有 3 个独立参数, 因而可以利用共振峰附近的 3 条幅频谱线将模态参数解出来。这不仅可以提高对频率的分辨能力, 而且可以避免在用半功率点法估计阻尼时因半功率点采样不准而带来的难以确定的误差。

2 激振力和响应的基本关系

单自由度系统的振动微分方程为

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

其中: m, c, k 分别为该系统的质量、阻尼和刚度; $f(t)$ 和 $x(t)$ 分别为激振力和位移响应。式 (1)

模型的速度频响函数为 $H_v(\omega) = \frac{j\omega}{-m\omega^2 + jc\omega + k}$, 或者

$$H_v(\omega) = \frac{j\omega}{-m(\omega^2 - \omega_n^2 + 2j\xi\omega\omega_n)} \quad (2)$$

其中: $\omega_n (= \sqrt{k/m})$ 和 $\xi (= c/(2m\omega_n))$ 分别为模态频率和模态阻尼; ω 为激振频率。通常工程上对幅频特性曲线特别感兴趣, 故式 (2) 可写为

$$|H_v(\omega)| = \frac{\omega}{m \sqrt{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2}} \quad (3)$$

根据式 (3), 只要找到 $|H_v(\omega)|$ 的最大值点和半功率点, 就可以识别固有频率和阻尼比; 然而由于实验的有限性和复杂性, 往往难以得到精确的最大值点, 特别是当采用 FFT 技术时更是如此, 这时从离散谱线中只能找到与固有频率比较接近的频率。

设离散谱线的峰点频率为 ω , 相应的谱线值为 H_0 , 与之相邻的左右 2 条谱线的频率记为 $\omega = \omega - \Delta\omega$ 和 $\omega = \omega + \Delta\omega$ 各自对应的谱线值为 H_a 和 H_b 。根据式 (3) 有

$$(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2 = m^{-2}\omega_n^2 H_0^{-2} \quad (4)$$

$$(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2 = m^{-2}\omega_n^2 H_a^{-2} \quad (5)$$

$$(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2 = m^{-2}\omega_n^2 H_b^{-2} \quad (6)$$

式 (4)、(5) 和 (6) 中共有 ω, ξ 和 m 3 个未知数, 只要设法把它们解出来, 就找到了精确解。

3 校正公式的推导

由式(4) × ω_b^2 - 式(5) × ω_a^2 可以消去 ξ , 即

$$\omega_a^2(\omega_b^2 - \omega_b^2)^2 - \omega_b^2(\omega_a^2 - \omega_a^2)^2 = m^{-2}\omega_a^2\omega_b^2(H_{\dot{0}}^2 - H_a^2)$$

将此式展开并解出 ω , 有

$$\omega_a^4 = \frac{m^{-2}\omega_a^2\omega_b^2(H_{\dot{0}}^2 - H_a^2) - \omega_a^2\omega_b^4 + \omega_b^2\omega_a^4}{\omega_a^2 - \omega_b^2} \quad (7)$$

同理, 由式(4)和(6)可得

$$\omega_b^4 = \frac{m^{-2}\omega_b^2\omega_a^2(H_{\dot{0}}^2 - H_b^2) - \omega_b^2\omega_a^4 + \omega_a^2\omega_b^4}{\omega_b^2 - \omega_a^2} \quad (8)$$

由式(7)和(8)相等可解出

$$m = \frac{1}{\omega\eta} \sqrt{\frac{(1+3\delta\eta-\delta\eta)(2H_{\dot{0}}^2 - H_a^2 - H_b^2)}{2\eta-8}} \quad (9)$$

其中: $\delta = \frac{H_a^2 - H_b^2}{4H_{\dot{0}}^2 - 2H_b^2 - 2H_a^2}$, $\eta = \frac{\Delta\omega}{\omega}$

式(5)与(4)等号两边相除有

$$\frac{(\omega_a^2 - \omega_b^2)^2 + 4\xi^2\omega_a^2\omega_b^2}{(\omega_a^2 - \omega_b^2)^2 + 4\xi^2\omega_a^2\omega_b^2} = \alpha_1 \quad (10)$$

其中: $\alpha_1 = \omega_b^2 H_a^2 / (\omega_b^2 H_{\dot{0}}^2)$ 。式(10)可进一步写为

$$(\omega_a^2 - \omega_b^2)^2 - \alpha_1(\omega_a^2 - \omega_b^2)^2 + 4\xi^2\omega_a^2(\omega_a^2 - \alpha_1\omega_b^2) = 0 \quad (11)$$

同理, 由式(6)与(4)可得

$$(\omega_b^2 - \omega_a^2)^2 - \alpha_2(\omega_b^2 - \omega_a^2)^2 + 4\xi^2\omega_b^2(\omega_b^2 - \alpha_2\omega_a^2) = 0 \quad (12)$$

其中: $\alpha_2 = \omega_a^2 H_b^2 / (\omega_a^2 H_{\dot{0}}^2)$ 。再由式(11) × $(\omega_a^2 - \alpha_1\omega_b^2)$ - 式(12) × $(\omega_b^2 - \alpha_2\omega_a^2)$ 可消去 ξ , 即

$$[(\omega_a^2 - \omega_b^2)^2 - \alpha_1(\omega_a^2 - \omega_b^2)^2](\omega_b^2 - \alpha_2\omega_a^2) - [(\omega_b^2 - \omega_a^2)^2 - \alpha_2(\omega_b^2 - \omega_a^2)^2](\omega_a^2 - \alpha_1\omega_b^2) = 0$$

整理可解得

$$\omega = \omega_b \sqrt[4]{\frac{(1-\eta)^2(1-\eta\delta)}{1+3\eta\delta-\eta\delta}} \quad (13)$$

而由式(4)可得阻尼比

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m^{-2}\omega_b^2 H_{\dot{0}}^2 - (\omega_a^2 - \omega_b^2)^2}{\omega_a^2\omega_b^2}} \quad (14)$$

将式(9)和(13)代入(14)得到显式解, 但这个表达式冗长, 实际计算也不需要。对显式解进行简化:

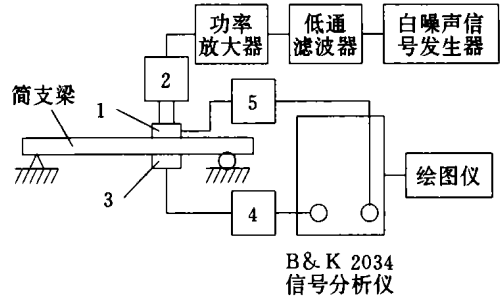
η 一般是很小的量, 略去 η 以上次项有

$$\omega \doteq \omega_b - \delta\Delta\omega$$

$$\xi \doteq \eta \sqrt{\frac{2H_{\dot{0}}^2}{H_a^2 + H_b^2 - 2H_{\dot{0}}^2} - \delta^2}$$

4 试验验证与讨论

试验装置见图 2。试验对象为一钢制简支梁,其尺寸为 850mm × 56mm × 8mm,试验采用频率为 0~ 400Hz 的白噪声信号激振,激振点选在距梁右端 324mm 处,避开了前 4 阶振型的节点。电荷放大器将 10Hz 以下的响应信号滤掉,将加速度响应信号积分成速度信号。信号分析仪作基带分析(Baseband-FFT),FRF 图像(前 3 阶)及对应的相干函数 γ^2 见图 3。



1. 5110 力传感器; 2. JZ-1 激振器; 3. B&K 4370 加速度计; 4,5. B&K 2635 电荷放大器

图 2 试验装置及测试系统框图

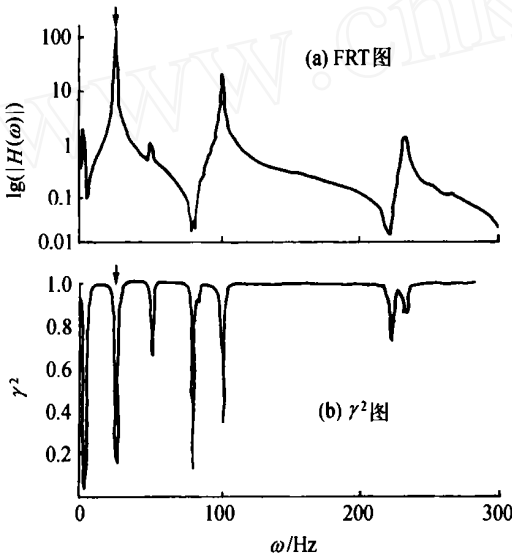


图 3 FRF 图(前 3 阶)及对应的相干函数 γ^2 图

为验证本文中所提出的方法,对在相同激振条件下选带分析方法的测试结果与本文中方法的计算结果进行对比,结果见表 1 和图 4。

据有关文献^[2]中的论证,测试共振区的 FRF 应采用函数 H_2 ,本文中识别方法计算的对象为由 H_2 得到的曲线。试验结果表明,用 H_2 得到的

FRF 的各阶幅值与选带分析方法得到的 FRF 的对应幅值相似;选带分析方法得到的各阶 ω 处的相干函数 γ^2 都接近于 1,且 H_2 与 H_1 的测试结果几乎相同。表 1 中选带分析得到的 ξ 由半功率点法 $\xi = (f_2 - f_1) / (2f_0)$ 得到。

表 1 本文中方法结果与选带分析结果的对比

固有频率 阶数	本文方法计算结果		选带分析测试结果	
	ω_0 /Hz	ξ /%	ω_0 /Hz	ξ /%
1 阶	24.771	-	24.796	0.03
2 阶	100.803	0.23	100.312	0.12
3 阶	232.143	0.80	232.187	0.54

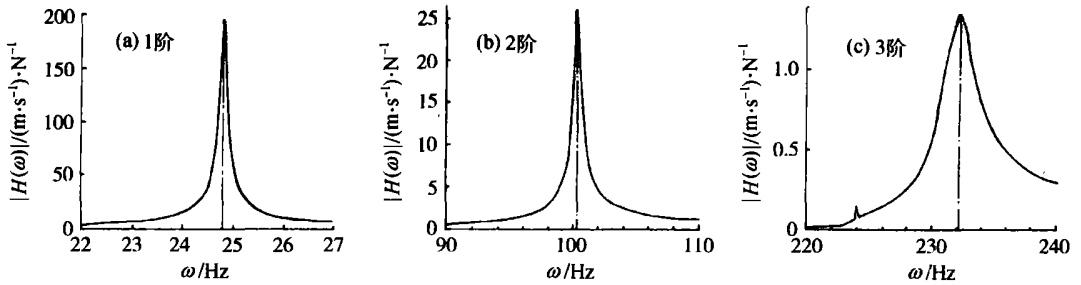


图 4 选带分析结果

5 结束语

对于模态稀疏的结构, 本文中提出的利用 FRF 在共振峰附近的 3 条谱线来识别模态参数的方法是一种可行的方法。在实际测量中, 应采用随机激振, 用函数 H_2 来测取 FRF 作基带分析, 这样将迅速得到与选带分析较接近的模态参数 (特别是 ξ)。若采用函数 H_1 , 或锤击法测取 FRF, 其 ξ 的识别结果都与选带分析的结果差异较大, 这一点应予以注意。

参 考 文 献

- 1 李德葆 振动模态分析及其应用 北京: 宇航出版社, 1989 124~ 126
- 2 许本文, 焦群英 机械振动与模态分析基础 北京: 机械工业出版社, 1998 230~ 233
- 3 李德葆, 张元润 振动测量与试验分析 北京: 机械工业出版社, 1992 292~ 318
- 4 陈奎孚, 焦群英, 高小榕 周期信号参数高精度估计方法与应用 机械强度, 1999, 21(3): 174~ 177
- 5 陈奎孚, 张森文 半功率点法估计阻尼的一种改进 振动工程学报, 2002, 15(2): 151~ 155