

## 偏心受压钢筋混凝土长柱承载力分析

蒋秀根 剧锦三

(中国农业大学水利与土木工程学院)

**摘要** 采用考虑混凝土材料非线性及长柱几何非线性的有限元方法,对偏心受压钢筋混凝土长柱的承载力进行计算和分析,提出了一种较为实用的分析方法。计算结果表明,所提出的方法完全满足偏心受压钢筋混凝土长柱的承载力计算。

**关键词** 钢筋混凝土;长柱;非线性;有限元

**中图分类号** TU 375.3

### Investigation of Load Carrying Capacity of R. C. Long Columns

Jiang Xiugen, Ju Jinsan

(College of Water Conservancy and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 10083, China)

**Abstract** R. C. long columns are widely used in engineering structures. Due to the large deflection, a full-range analysis of R. C. long columns under eccentric load is complicated and difficult. A non-linear finite element model was developed for the full-range analysis of R. C. long columns. In this model, the non-linear behavior of materials and the non-linearity of geometry were considered. A non-linear analysis computer program was developed for this model, and some practical analysis was made and the results were compared with the test data. The eccentricity amplification factor was analysed in detail. All analysis results showed that the nonlinear F. E. M. model developed in this paper is applicable with sufficient accuracy for practical use.

**Key words** reinforced concrete; long column; nonlinear; finite element method

钢筋混凝土结构由于其良好的工作性能成为使用最广泛的建筑结构之一。长柱作为结构中的重要构件,同时承受着轴压力 $N$ 和弯矩 $M$ (偏心受压),由于侧向挠度的作用,使得构件截面内力出现了附加弯矩(二次弯矩)和由此产生的附加挠度(二次挠度)。二次弯矩与初始弯矩的叠加决定了长柱的承载力。

二次弯矩的大小除与初始弯矩的大小有关外,还取决于长柱的刚度,即柱的截面形状和尺寸、柱的长度、支承形式,以及材料的变形特征(弹性模量)等。初始弯矩可用偏心距 $e_0 = M/N$ 描述;柱的刚度用长细比 $\lambda = l_0/h$ 描述,其中 $l_0$ 为柱的计算长度, $h$ 为柱截面高度。钢筋混凝土组合材料的变形特性由于受混凝土材料的非线性、钢筋-混凝土的粘结滑移以及混凝土开裂的影响变得非常复杂,需要考虑钢筋混凝土的材料非线性特性才能分析。

收稿日期: 2001-10-08

蒋秀根,北京清华东路17号中国农业大学(东校区)59信箱,100083

二次弯矩的大小还要考虑长柱侧向变形与附加弯矩的相互影响,荷载-变形的非比例增加关系决定的荷载-变形的线性物理关系不再适用,几何非线性成为结构分析的一个新问题。

综上所述,全面分析钢筋混凝土偏心受压长柱的承载力,必须综合考虑钢筋和混凝土的材料非线性特性,以及大变形状态下的几何非线性。本文中考虑了材料非线性及几何非线性,采用一般非线性方法,及有限元方法分析钢筋混凝土长柱的承载力。考虑工程的特点,不涉及钢筋混凝土结构的失稳问题,也不考虑峰值后的变形问题。

## 1 有限元模型

### 1.1 非线性几何模型

1) Green-Lagrange 应变(张量)的定义

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} \cdot u_{k,j})$$

其中:  $E$  为广义应变(张量);  $u$  为广义位移;  $i, j, k$  为坐标,  $i, j, k = 1, 2, 3$ 。

2) 应变增量

$$\Delta E_{ij} = E_{ij}(u + \Delta u) - E_{ij}(u) = \frac{1}{2}(\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i} + \Delta u_{k,i} \cdot u_{k,j} + \Delta u_{k,j} \cdot u_{k,i} + \Delta u_{k,i} \cdot \Delta u_{k,j})$$

式中  $\Delta E$  为广义应变增量(张量),  $\Delta u$  为广义位移增量。

3) 应变增量的工程表达式

$$\{\Delta \epsilon\} = \{\Delta \epsilon_1 \quad \Delta \epsilon_2 \quad \Delta \epsilon_3 \quad \Delta \gamma_{23} \quad \Delta \gamma_{31} \quad \Delta \gamma_{12}\}^T = \{\Delta E_{11} \quad \Delta E_{22} \quad \Delta E_{33} \quad 2\Delta E_{23} \quad 2\Delta E_{31} \quad 2\Delta E_{12}\}^T$$

式中  $\Delta \epsilon$  为工程应变增量(分量)

### 1.2 材料力学模型

1) 钢筋的本构关系。采用一维单调加载理想弹塑性模型。

2) 混凝土的本构模型。强度准则采用 Kupfer 二维强度准则,公式详见文献[1]。本构模型采用 Darwin-Pecknold 二维正交增量模型,公式详见文献[1]。

3) 钢筋-混凝土粘结-滑移本构模型。忽略钢筋-混凝土的粘结滑移,其结点处位移相同。

### 1.3 有限单元格式

1) 单元平衡方程。由虚功原理可以得到建立在 Lagrange 坐标系中的从  $t$  到  $t + \Delta t$  时间间隔内的单元平衡方程<sup>[2]</sup>:

$$(K_0 + K_{L0} + K_{L1})\Delta a + K_0 \Delta a = P_T + P_f + P_e - P_\sigma$$

式中:  $K_0$  为弹性刚度矩阵,  $K_{L0}$  为位移刚度矩阵,  $K_{L1}$  为初位移矩阵,  $\Delta a$  为位移向量,  $K_\sigma$  为初应力矩阵,  $P_T$  为初始荷载向量,  $P_f$  为结点荷载向量,  $P_e$  为弹性荷载向量,  $P_\sigma$  为应力荷载向量。

2) 特殊有限元技术。钢筋的处理:采用整体式钢筋-混凝土单元。将钢筋弥散于整个单元之中,仅考虑钢筋的拉压作用,单元为均匀连续、正交异性,其刚度矩阵见文献[3]。

混凝土裂缝的处理:采用弥散型裂缝单元。当混凝土的主拉应力  $\sigma_1$  达到抗拉强度时,混凝土开裂,其刚度发生变化,垂直裂缝方向抗拉刚度为 0,单元为正交异性,同时进行应力释放<sup>[3]</sup>。

## 2 计算结果

### 2.1 精度分析

为了验证笔者提出的非线性有限元模型及其计算程序对偏心受压钢筋混凝土长柱的适用性, 依据钢筋混凝土结构设计规范(GBJ10—89)中受压长柱承载力的实验参数, 按本文中方法进行了计算, 结果见表 1。

表 1 偏心受压钢筋混凝土长柱承载力实验值与计算值比较

实验单位	试件编号	截面尺寸/ (mm × mm)	长细比 $\lambda$	相对偏心距 ( $e_0/h$ )	承载力/kg		误差/ %
					实验值	计算值	
清华大学	III-16.7-5	143.0 × 151.0	17.5	0.49	130.0	140	+ 7.1
	II-12.5-5	200.0 × 208.0	12.7	0.46	401.0	390	- 2.8
	I-8-3	198.0 × 200.0	8.7	0.30	850.0	850	0
	II-12.5-8	201.0 × 194.0	13.6	0.48	143.0	200	+ 28.5
西南交通大学	z-124	119.8 × 120.4	18.6	0.33	183.0	180	- 1.6
	z-127	120.7 × 120.2	18.6	0.33	332.0	300	- 10.6
	z-29	121.6 × 121.9	18.4	0.48	262.0	260	+ 0.1
四川建筑科学研究	z-1-4	195.0 × 206.0	29.6	0.97	74.5	100	+ 25.5
	z-1-9	187.0 × 210.1	29.1	0.57	134.0	170	+ 21.1
	z-1-10	192.0 × 205.0	29.7	0.15	374.0	400	+ 6.5

分析表明: 1) 大多数情况下, 计算分析结果与实验结果相近(误差小于 8%), 说明计算模型可取; 2) 除了实验的精度以及有限元计算结果的下限解性质(计算位移小于实际位移)外, 有 3 个试件的计算误差较大。其共同特性为长细比及相对偏心距( $e_0/h$ )均较大, 说明二阶变形偏小, 其原因可能是没有考虑受拉钢筋屈服后的粘结滑移所导致的刚度下降。

### 2.2 二阶弯矩的影响

通常的结构设计计算只按线弹性计算, 通过非线性计算才能得到材料非线性及几何非线性对偏心受压钢筋混凝土长柱的变形及强度的影响。

**算例 1** 一钢筋混凝土长柱, 截面尺寸 143 mm × 143 mm, 配筋 4 12; 钢筋屈服强度 385 MPa, 混凝土抗压强度 24.5 MPa; 柱长细比  $\lambda = 18.5$ , 相对偏心距( $e_0/h$ ) 0.52。

图 1 给出了按线弹性、材料非线性、一般非线性模型计算得到的荷载-侧向挠度曲线。分析结果表明: 1) 按线弹性计算, 柱的挠度较考虑材料非线性的

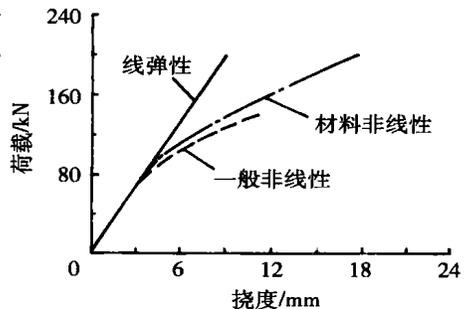


图 1 不同计算模型得到的柱的荷载-挠度曲线

计算结果小 50%, 承载力相同; 2) 按一般非线性计算, 柱的承载力较考虑材料非线性的小 30%, 挠度小 38%; 3) 考虑柱的二阶弯曲, 将得到较为安全的结果。

### 2.3 长细比的影响

在材料及截面几何尺寸一定的情况下, 柱的长细比反映了柱的刚度及侧向挠度的大小。为了分析长细比对长柱承载力的影响, 本文中计算分析了偏心距相同的一组长柱的受力变形性能, 得到了其承载力及其侧向挠度。

**算例 2** 一钢筋混凝土长柱, 截面尺寸  $200\text{ mm} \times 200\text{ mm}$ , 配筋 4 18; 钢筋屈服强度  $335\text{ MPa}$ , 混凝土抗压强度  $32.4\text{ MPa}$ ; 相对偏心距  $(e_0/h) 0.4$ 。

不同长细比柱的荷载-挠度曲线见图 2。

分析表明: 1) 柱的长细比对柱的承载力及侧向挠度都有影响, 其中对挠度的影响更为明显; 2) 长细比小于 20 时, 长细比的变化对柱性能的影响表现为挠度增大很多, 但承载力下降不大; 当长细比大于 20 以后, 承载力下降很快, 其原因是二阶弯矩增加过大。

### 2.4 偏心距的影响

在材料及截面一定的情况下, 荷载偏心距反映了柱的弯矩及侧向挠度的大小。为了分析偏心距对长柱承载力的影响, 本文中对长细比相同的一组长柱的受力变形性能进行了计算分析, 得到了其承载力及其侧向挠度。

**算例 3** 一钢筋混凝土长柱, 截面尺寸为  $200\text{ mm} \times 200\text{ mm}$ , 配筋 4 18; 钢筋屈服强度  $335\text{ MPa}$ , 混凝土抗压强度  $32.4\text{ MPa}$ ; 柱长细比  $\lambda=15$ 。

不同偏心距柱的荷载-挠度曲线见图 3。分析结果表明: 1) 偏心距对柱的承载力及侧向挠度都有影响, 其中对承载力的影响更为明显。2) 相对偏心距小于 0.4 时, 长细比的变化对柱性能的影响表现为挠度增大很多, 但承载力下降不大; 相对偏心距大于 0.4 以后, 承载力下降很快, 其原因是破坏类型发生变化。3) 值得注意的是, 在偏心距为 0.4 和 0.6 之间时, 加载的前期出现了荷载-挠度曲线的交叉现象, 这可能是由于混凝土本构关系的不完善导致压-拉受力变化时出现了刚度的悖理现象。

## 3 对比分析

长细比和偏心距对柱的承载力有明显的影响, 这已为实验和理论分析所验证。工程设计时, 各国的混凝土设计规范采用不同形式的公式, 但大多采用附加偏心距或附加弯矩的办法来

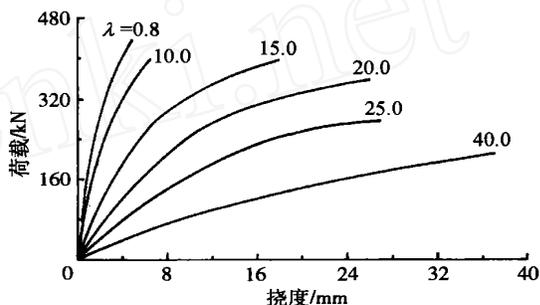


图 2 不同长细比下柱的荷载-挠度曲线

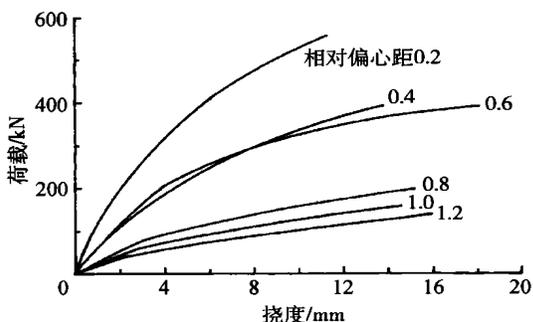


图 3 不同偏心距下柱的荷载-挠度曲线

考虑这种影响。本文中对按中国(GBJ 10- 89)、英国(CP 110)、德国(DIN 1045)、欧洲(CEB-FIP)的规范公式<sup>[1]</sup>及本文方法计算的结果进行了对比,结果见图 4。其中: 偏心距增大系数  $\eta = 1 + f/e_0, f$  为侧向挠度。

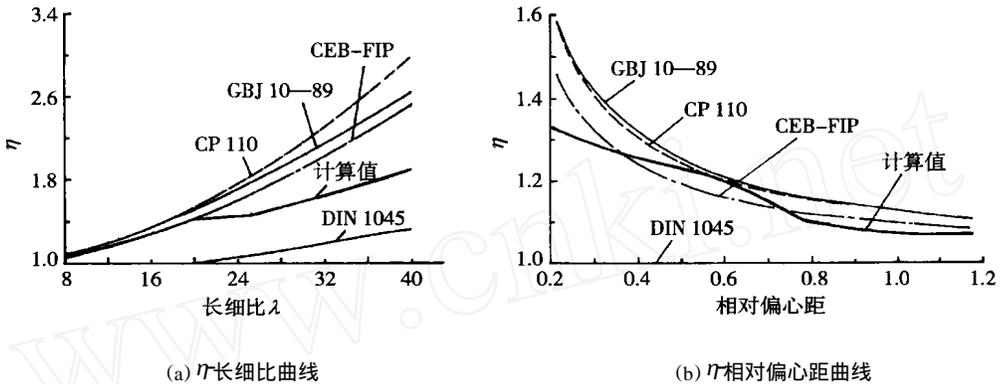


图 4 本文方法计算结果与部分国家规范公式计算结果的比较

分析结果表明: 1) 采用本文模型的计算结果与采用各国规范的结果相符较好; 2) 各国规范的工程设计计算公式普遍较理论计算安全, 其中尤以我国的最为保守。

#### 4 结 论

1) 长细比及偏心距对钢筋混凝土长柱承载力的影响较为明显, 实际工程中, 不能采用线性分析方法来忽略这种影响。

2) 笔者提出的考虑一般非线性问题的有限元方法可以较好地计算分析钢筋混凝土长柱的承载力, 该方法适应性很好。

3) 由 GBJ 10- 89 给出的规范公式考虑了长细比及偏心距对长柱承载力的影响, 但偏于保守。

#### 参 考 文 献

- 1 过镇海 钢筋混凝土原理 北京: 清华大学出版社, 1999 108, 123~ 125, 210~ 211
- 2 Jiang Xiugen, Li Zhuojing, Jiang Jianjing Investigation of Load Carrying Capacity of R. C Long Columns In: Tehran University. Proceedings of ICC90, Iran: Teheran, 1990, 168~ 177
- 3 沈聚敏, 王传志, 江见鲸 钢筋混凝土有限元与板壳极限分析 北京: 清华大学出版社, 1993 171~ 234