

# 计算机图形学中二维布尔运算的稳定性分析

梅树立

张彦娥

邢如义

(中国农业大学工程基础科学部) (中国农业大学计算机网络中心) (邯郸农业学校)

**摘要** 系统介绍了二维图形布尔运算的原理及其计算机实现,详细分析了被覆盖实体的起点在覆盖多边形边界线上时布尔运算的不稳定性,给出了当被覆盖实体起点在覆盖多边形边界线上时奇偶段的取舍规则,应用该规则可提高算法的稳定性。

**关键词** 二维图形; 布尔运算; 稳定性

**中图分类号** TP 391.72

## Stability Analysis on Boolean Operation of 2D Drawing in Computer Graphics

Mei Shuli

(College of Applied Engineering Sciences, CAU)

Zhang Yan e

Xing Ruyi

(Computer and Network Center, CAU) (Handan Agricultural School)

**Abstract** The theory of 2D Boolean operation in computer graphics is introduced. The computer processing technology for some special states in which the start point of a covered line is located on the borderline of a covering polygon is discussed in detail. The choice principle of odd or even number section in a line that start point is located on the borderline of a covering polygon is proposed. This principle is helpful to improving the stability of 2D Boolean operation.

**Key words** 2D drawing; boolean operation; stability

二维图形的布尔运算是计算机图形学中一种重要的算法,广泛应用于二维图形的几何造型中。近年来,布尔运算作为二维图形消隐算法的核心算法之一而为人们所熟知。布尔运算的关键技术已较为成熟,但笔者在进行布尔运算的过程中发现,当被覆盖实体的起点在覆盖多边形某一实体上时,传统的奇偶段的确定规则对此无法处理,二维图形的布尔运算操作可能出现失误。因此,研究针对这种情况的计算机处理技术有利于提高计算机运用布尔运算对二维图形处理时的稳定性。

### 1 二维图形布尔运算的基本原理<sup>[1]</sup>

二维布尔运算是 2 个平面多边形之间的集合运算,包括并、交、覆盖、剪取 5 种运算,它

收稿日期: 2000-05-25

梅树立,北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区)214 信箱, 100083

们的实现方法如下。

1) 覆盖运算 当用一个多边形覆盖另一个多边形时(被覆盖者可以不是多边形, 只要求是一些基本实体集), 覆盖多边形保持不变, 被覆盖者根据与覆盖多边形的相交情况决定取舍。假设被覆盖实体与覆盖多边形有  $n$  个交点, 将其分为  $n+1$  段, 如果被覆盖实体的初始点在覆盖多边形内, 则去掉被覆盖实体的奇数段, 保留偶数段; 如果被覆盖实体的初始点在覆盖多边形外部, 则保留偶数段, 去掉奇数段; 这就是覆盖运算直线奇偶段的取舍规则。覆盖运算是实现布尔运算的基础, 在此基础上, 其他并、交、差运算也就容易实现了。

2) 并运算 做 2 次覆盖运算即可。设 2 个操作多边形分别为  $A$  和  $B$ , 只要分别做  $A$  覆盖  $B$  和  $B$  覆盖  $A$  2 次运算即可得到并运算结果。

3) 差运算 通过先做  $B$  对  $A$  的覆盖运算, 再做  $A$  对  $B$  的剪取运算, 即在线段的取舍上与做覆盖运算正好相反。

4) 交运算 就是做 2 次与覆盖运算相反的计算。

5) 剪取运算 剪取运算与覆盖运算的基本思想是一致的, 只不过在被覆盖实体的取舍上刚好与覆盖运算相反。

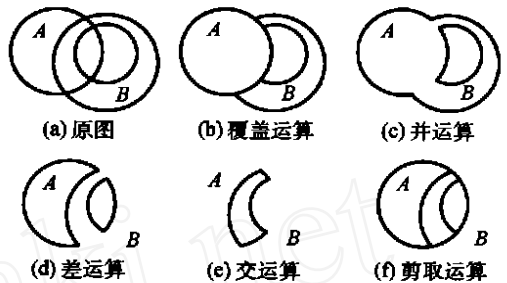


图 1 二维布尔运算示意图

图 1 给出了各种运算的示意图。

## 2 二维图形布尔运算过程

前已述及, 二维布尔运算的基础是覆盖运算, 而覆盖运算的实质是任意多边形窗口的裁剪, 整个运算过程可分为以下 4 个步骤。

- 1) 求交: 计算被覆盖选择集与覆盖多边形各边的交点。
- 2) 排序: 把所有交点按一定规则进行排序。
- 3) 交点对对: 第 1 个与第 2 个, 第 3 个与第 4 个, 等等, 每对交点就代表被覆盖实体与覆盖多边形的一个相交区间。
- 4) 线段裁剪: 根据交点顺序决定线段的取舍。

求交和排序比较简单, 本文中不再赘述。以下只对交点对对和线段裁剪中遇到的几个关键技术问题进行讨论。

### 2.1 被覆盖实体与覆盖多边形出现重合交点时, 交点的取舍

当线段与覆盖多边形顶点相交时, 会出现异常情况。如图 2 所示: 线段  $AD$  和覆盖多边形共有 1, 2, 3, 4 这 4 个交点, 其中 1, 2 和 3, 4 分别重合, 这 4 个交点将线段  $AD$  分成了  $AB, BC, CD$  3 段。在利用奇偶段进行线段的取舍时, 如果重合点当作 2 个交点处理, 图 2 中  $CD$  段将不被删除; 而如果将重合点算做一个交点,  $BC$  段将被删除。为了正确地进行交点取舍, 必须对上述 2 种情况区别对待。第 1 种情况, 被覆盖线交于一顶点, 共享该顶点的 2 条边在被覆盖线  $AD$  的同侧, 这时可以认为有 0

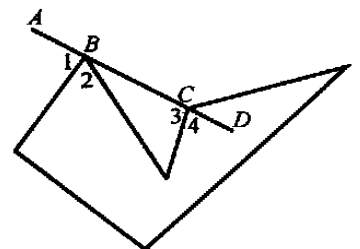


图 2 覆盖实体与覆盖多边形出现重合交点时交点的取舍

个或 2 个交点; 第 2 种情况, 共享交点的 2 条边分别落在被覆盖线的两边, 这时交点只算 1 个。另外, 如果重合交点是被覆盖实体的端点, 按 2 个交点处理。

### 2.2 点的包含性测试

根据奇偶段确定实体各段取舍的前提是确定实体的起点(或终点)在多边形内还是在多边形外。点的包含性测试有多种, 常用的有叉积判断法、夹角之和检验法及交点计数检验法 3 种。其中叉积判断法仅适用于凸多边形; 夹角之和检验法计算量比较大, 涉及 3 个点积, 2 个开平方和 1 个反三角函数计算, 另外还必须判断角度的方向, 因此, 这种方法不适合边数较多的情况; 而交点计数检验法方法简单, 计算量的大小与是否是凹多边形或者是否是带内孔的多边形无关。因此, 我们采用交点计数检验法, 具体方法可参考文献[2]。

## 3 稳定性分析及其处理<sup>[3]</sup>

### 3.1 参与布尔运算的两多边形在特殊位置时造成的不稳定性

由以上分析可以知道, 在交点求取和排序正确的前提下, 布尔运算的正确性取决于图形实体奇偶段的确定。通过点的包含性测试和交点的取舍规则可基本确定图形实体的奇偶段。但上述方法没有包括当被覆盖实体起点在覆盖多边形边界线上时奇偶段的确定规则, 这往往会造成算法的不稳定。在对图形进行布尔运算操作时, 舍奇数段还是舍偶数段往往取决于被覆盖图形的起点在覆盖多边形内还是在多边形外, 所以对被覆盖多边形实体起点在覆盖多边形实体边界线上的情况归结为起点在多边形内或多边形外。归结规则的正确与否是决定覆盖运算稳定性的关键。例如图 3(a) 所示情况, 被覆盖多边形上某直线段  $AF$  的起点  $A$  在覆盖多边形的某边上, 直线终点  $F$  在多边形内, 直线和多边形的交点数  $n$  为奇数。按照覆盖运算的奇偶段取舍规则(当起点在图形内部, 取偶数段舍奇数段; 反之, 取奇数段舍偶数段), 如果将起点当作外部点处理, 被保留下来的是  $AB, CD, EF$  3 段, 与所希望的结果正好相反; 而如果简单地将起点一律归结为内部点, 在处理图 3(b) 所示情况(和图 3(a) 所示的区别是, 直线和多边形的交点数  $n$  为偶数)时,  $AB$  段和  $CD$  段将会被去掉, 这显然也是错误的。因此, 如果不对这种情况进行认真的分析和总结, 在用计算机进行二维图形的布尔运算时, 可能会出现有时正确、有时错误的的不稳定现象。

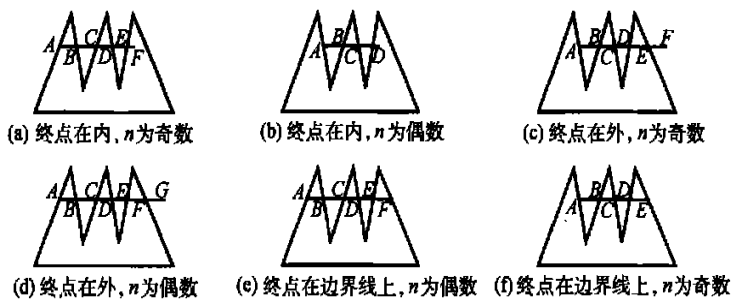


图 3 终点在覆盖多边形不同位置的几种情况

### 3.2 当被覆盖实体起点在覆盖多边形边界线上时, 奇偶段的取舍规则

进一步分析可以知道, 这种情况的处理不但与被覆盖实体终点位置有关, 而且与交点数有关。如图 3(位于覆盖多边形上的直线端点是直线起点) 给出了起点在多边形边界线上, 终点在

多边形不同位置的几种情况。现以图中封闭图形覆盖直线为例,给出奇偶段取舍的完整规则如下。

- 1) 被覆盖直线起点在覆盖多边形内部,取偶数段舍奇数段;反之,取奇数段舍偶数段;
- 2) 被覆盖直线起点在覆盖多边形边界线上,终点在多边形内或外,直线和多边形的交点数  $n$  为奇数(图 3(a)和(c)),将起点当做内部点处理;
- 3) 被覆盖直线起点在覆盖多边形边界线上,终点在多边形内或外,直线和多边形的交点数  $n$  为偶数(图 3(b)和(d)),将起点当做外部点处理;
- 4) 被覆盖直线起点和终点均在覆盖多边形边界线上(图 3(e)和(f))取起点和第 1 个交点间的中点,判断此中点是否在多边形内,若在内,起点当做内部点,否则,起点当做外部点。

#### 4 结束语

本文中提出的当被覆盖实体起点在覆盖多边形边界线上时二维布尔运算中奇偶段的确定规则,弥补了传统奇偶段确定规则的不足。笔者在编制装配图自动生成程序中应用了该规则,程序运行结果表明该规则有利于提高算法的稳定性。

#### 参 考 文 献

- 1 焦宗夏 AutoCAD ADS 程序的开发与应用 北京:机械工业出版社,1996 94~ 95
- 2 孙家广,杨长贵 计算机图形学 北京:清华大学出版社,1995 391~ 392
- 3 梅树立 基于约束分析的工程图参数化设计(视图联动)及装配图 CAD 的研究:[学位论文] 北京:中国农业大学,1999 52~ 53