

## 非树型机械系统模型的树型化

袁 泉 张 旭 毛恩荣 周一鸣

(中国农业大学车辆工程学院)

**摘 要** 采用图论的方法分析了非树型机械系统的结构及其特点, 对非树型系统树型化的铰切割方法进行了研究, 给出了切割铰的选用原则和生成树的自动导出算法。采用 C++ 语言和面向对象技术设计了铰切割方法, 冗余切割铰由计算机自动选择并切除, 由此可将非树型机械系统化为树型机械系统, 使得采用树型机械系统的动力学算法对非树型机械系统进行分析 and 求解成为可能。文中以汽车驾驶室中的人机系统为应用实例验证了该算法的可行性。

**关键词** 机械系统; 非树型; 树型; 图结构

**分类号** TP 391.72; TH 122

### Study on Making A Non-tree-shape Mechanical System Model to Be A Tree-shape System

Yuan Quan Zhang Xu Mao Enrong Zhou Yiming

(College of Vehicle Engineering, CAU)

**Abstract** The structure and characteristics of non-tree-shape mechanical system are analyzed by the method of graph theory. The constraint-cut method is used to make a non-tree-shape mechanical system to be a tree-shape system. The selecting rules of redundant constraints and the automatic derived method of spanning tree are advanced. The constraint-cut method is realized by C++ and the object-oriented technique. The redundant constraints are selected and deleted automatically by computer. The non-tree-shape multi-body system can be analyzed and solved by the dynamic algorithm of tree-shape system. Finally, the feasibility of the method mentioned above is verified by an example about a human-machine system model in a vehicle cab.

**Key words** mechanical system; non-tree-shape; tree-shape; graph structure

非树型机械系统的树型化是对该系统进行动力学仿真的基础。非树型系统又称闭环系统<sup>[1]</sup>, 将含闭环的机械系统通过铰切割方法产生相应的生成树(也称派生树), 即变为树型机械系统, 或称减缩系统; 在此基础上, 首先研究树型系统并建立其递推与并行算法, 然后再以约束方程的形式引入原系统中被略去的所有约束, 由此推广回原来的含闭环的非树型系统。笔者设计了一种基于图结构, 并且能够提高计算效率的树型化简便算法。

收稿日期: 1999-11-30

高校博士点基金资助项目

袁 泉, 北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区)213 信箱, 100083

## 1 非树型机械系统的图结构

在机械系统的拓扑结构图中,顶点对应于机械系统中的构件,边(或弧)代表着系统中构件之间的铰约束,由边将各顶点依次联结而构成机械系统的图结构<sup>[2]</sup>。系统中任意2个顶点之间只有唯一的通路存在时,称该系统为树型系统,反之,称带有封闭回路结构的系统为非树型系统。树型系统中构件数目与铰数目相等,非树型系统中铰数目多于构件数目。

定义图结构中任意2个顶点间的顶点序列为该2顶点间的路,其中,起始顶点与终止顶点相同的路称为闭环,不含闭环的系统即为树型系统,树中的边称为树枝。对含闭环的非树型系统,在其中每个独立闭环中切割一个与其他闭环不共享的弧即得到该系统的生成树。若 $T$ 是图 $G$ 的一个生成子图又是一棵树,则称 $T$ 是 $G$ 的一棵生成树,生成树 $T$ 中的边称为树枝,属于 $G$ 而不属于 $T$ 的边称为连枝。图的生成树不是唯一的,但图的任一生成树中所含的树枝数和与树枝数对应的连枝数目却是固定不变的<sup>[3]</sup>。

要用计算机处理图的信息,首先应该采用一些较简单的、计算机容易接受和处理的数据结构表示图,然后将图输入计算机。文献[2]中给出了一种适合存储机械系统虚拟模型的图的数据结构,该数据结构以邻接多重表为基础,开发了基于有向图的复杂机械系统虚拟样机的存储结构,以及对图中的边和顶点按各种不同策略进行遍历的复杂算法。笔者利用这种存储结构,采用对图中顶点进行深度优先遍历的算法,实现了非树型系统的树型化。

## 2 树型化的基本方法

对非树型机械系统,可通过构件分割和铰切割这2种方法产生其相应的生成树<sup>[4]</sup>。2种方法虽各有利弊,但前者每分割一个刚体就要引入6个约束方程,而描述系统结构的铰坐标数目未减少,故通常采用后者。

设非树型系统由 $n$ 个刚体及 $n+a$ 个铰组成。由于有 $a$ 个对于树型系统是多余的铰,系统内存在着 $a$ 个回路(闭环)。采用铰切割方法时,可在系统所具有的 $a$ 个回路中选择 $a$ 个铰作为多余铰,使得切除这些铰后形成的新系统是由 $n$ 个构件(不包括地)及 $n$ 个铰组成的树型系统。在此,将解除约束后的这些多余的铰称为冗余切割铰,冗余切割铰对刚体构件的运动学约束作用由约束力及力矩所体现。设系统中有 $n$ 个构件, $m$ 个铰( $n < m$ ),则对应的铰切割方法产生的生成树有 $n-1$ 个边,即切割 $m-n+1$ 个边。在图论算法中通常采用深度优先搜索法和广度优先搜索法实现铰切割<sup>[5]</sup>。

## 3 切割铰的选用原则

对任一机械系统,采用图结构描述时,图中顶点的数目对应构件的数目,边或弧的数目对应铰的数目,即为树枝和连枝数目之和。若其边数(铰数)为 $m$ ,顶点数(构件数)为 $n$ ,则树枝数 $e = n - 1$ ,连枝数 $a$ ,可通过下式求出。

$$a = m - e = m - n + 1$$

连枝数目 $a$ 即为冗余切割铰的数目。

对同一机械系统,切割不同的铰将产生不同的生成树。用铰相对坐标建模时,所引入的广义坐标数目、约束方程数目及方程复杂程度直接影响着动力学的仿真效率和计算精度,为此必

须适当选择切割铰。

对于几种常见的不同类型的铰: 转动铰( $R$ )、移动铰( $T$ )、万向铰( $U$ )、圆柱铰( $C$ )和球铰( $S$ ), 其优先切割次序是  $S \ U \ C \ R \ T$ 。因为切割球铰引入的约束方程最少(3 个)、坐标减少的最多(3 个), 而切割转动铰和移动铰各引入 5 个约束方程, 仅减少 1 个坐标数, 这样, 后者引入的速度转换矩阵及其导数的运算量大, 所以应优先切割前者。按照此关系给出各个铰的不同权值, 权值越大切割的优先权越大。

在实际应用中, 权值的大小还应考虑其他一些因素, 如有主动力作用的铰的权值应适当减小, 而要求约束反力的铰的权值应适当增大, 等等; 此外, 若系统有  $M$  个铰都与基点相连, 则可取其中的  $M - 1$  个铰为冗余切割铰, 由此产生的约束方程具有比较统一的型式, 便于计算机程序的自动构成。

#### 4 切割铰的自动生成算法

根据前述切割铰的选用原则, 采用 Kruskal 算法<sup>[3,5]</sup>, 可以找出生成树。作法是, 把赋以权值的图的边按权值递增的顺序排列,  $a_1, a_2, \dots, a_s (s = n + a)$ , 取  $e_1 = a_1, e_2 = a_2$ , 检查  $a_3$ , 若  $a_3$  不与  $e_1, e_2$  构成圈, 则令  $e_3 = a_3$ , 否则放弃  $a_3$ ; 检查  $a_4$ , 如此继续下去, 直到找出  $e_1, e_2, \dots, e_{n-a}$  为止,  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  就是所要求的一棵生成树, 剩余的边  $\{e_{n+1}, e_{n+2}, \dots, e_{n+a}\}$  即为冗余切割铰的集合。

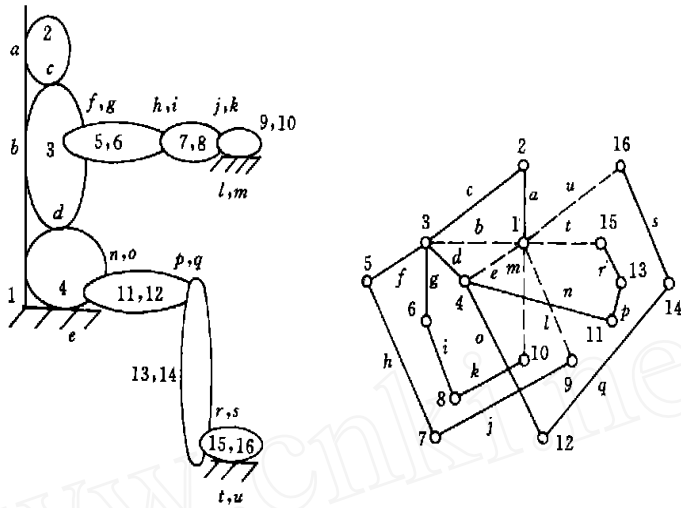
根据上述算法, 采用对顶点进行深度优先的遍历方法, 通过计算机编程实现铰切割。取集合  $E$ , 首先将基点(地)加入  $E$ , 从依附于该顶点的边中选取一条边作为生成树的一条边, 并将依附于该边且在集合  $E$  外部的另一顶点加入集合  $E$ , 表示这 2 顶点已通过一条边连通了。以后每次从一个顶点在集合  $E$  中, 而另一顶点在集合外的各边中选取一条边作为生成树的一条边, 并把依附于该边且在集合外的顶点加入集合中, 依次类推, 直到将全部顶点连通, 即构成图的一棵生成树。未被访问的边即为冗余切割铰, 存放在相应的存储结构(链表)中。

一般情况下, 对于实际应用中的机械系统, 其冗余的切割铰通常与基点(如地)相连, 即系统与地之间构成闭环。因此, 可首先在图结构中找出与基点相连的边, 将这些边存放入链表中, 然后根据其类型以及是否存在运动或力约束给出各自权值, 并按照其权值大小进行排序, 选择其中权值最大的边作为切割铰, 将其从图结构中删除, 由此还可方便后面的计算。

#### 5 应 用

汽车驾驶室内的人机系统是典型的较为复杂的非树型系统(图 1(a))。除地构件 1 外, 人体模型由 15 个刚体组成, 即: 头部 2、躯干 3、骨盆 4、左上臂 5、右上臂 6、左前臂 7、右前臂 8、左手 9、右手 10、左大腿 11、右大腿 12、左小腿 13、右小腿 14、左脚 15 和右脚 16, 分别用 15 个椭球描绘, 经 14 个关节(铰)连结, 分别为: 颈( $c$ )、腰( $d$ )、肩( $f, g$ )、肘( $h, i$ )、腕( $j, k$ )、髌( $n, o$ )、膝( $p, q$ )和踝( $r, s$ ); 人体与座椅之间的接触定义为 3 个铰( $a, b, e$ ), 手与转向盘之间的铰 2 个( $l, m$ ), 脚与脚踏板之间的铰 2 个( $t, u$ )。图 1(b)为相应的图结构, 其中含有 16 个顶点、21 个弧和 6 个闭环。

通过前述树型化方法求出该系统的生成树(图 1(b)中的实线)。可知其树枝数为 15 个, 连枝数为 6 个, 即含 6 个切割铰, 分别为  $b, e, l, m, t$  和  $u_6$ 。



(a) 汽车驾驶室内的人机系统

(b) 相应的图结构

图 1 汽车驾驶室内的人机系统及其图结构

### 6 结束语

将非树型机械系统模型进行树型化是对其进行进一步分析计算的基础,也是机械系统运动仿真过程中的必要环节,应用面向对象的思路和方法可以方便地解决这个问题,采用图结构来描述机械系统,利用对图中顶点进行深度优先遍历的算法,可以自动产生生成树,进而找出冗余切割铰,并将其去除,由此实现了非树型机械系统模型的树型化。对于实际应用中较为复杂的机械系统,如汽车人机系统等,树型化工作尤为重要。

### 参 考 文 献

- 1 休斯敦,刘又午. 多体系统动力学(上). 天津:天津大学出版社,1987. 40~ 41
- 2 张 旭. 机械系统虚拟样机技术的研究: [学位论文]. 北京:中国农业大学,1999. 22~ 34
- 3 王朝瑞. 图论. 北京:北京理工大学出版社,1997. 33, 227
- 4 刘延柱,洪嘉振,杨海兴著. 多刚体系统动力学. 北京:高等教育出版社,1989. 83~ 84
- 5 严蔚敏,吴伟民编著. 数据结构. 北京:清华大学出版社,1997. 167~ 170