

$^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换反应分析

任永健^{1,2①} 曾国模^{1,3}

(1 中国科学院理论物理研究所 2 中国农业大学工程基础科学部 3 吉林大学)

摘要 应用 Glauber 理论,对 $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换反应进行分析,假定 ^{18}O 和 ^{18}Ne 由2价核子和 4α 核心组成,计算了共振区 $T_\pi=164\text{ MeV}$ 的微分截面。结果表明,理论与实验符合得较好。

关键词 双电荷交换反应; Glauber 理论; α 粒子模型

分类号 O 571.425

Analysis of Pion Double Charge Exchange Reaction on $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$

Ren Yongjian^{1,2} Zeng Guomo^{1,3}

(1 Institute of Theoretical Physics, AS 2 College of Applied Engineering Sciences, CAU
3 Jilin University)

Abstract The double charge exchange reaction on $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ is analyzed by using the Glauber theory and the differential cross section at the region of the Δ -resonance ($T_\pi = 164\text{ MeV}$) is calculated in a model which the ^{18}O and ^{18}Ne are assumed to consist of two valence nucleons and a core of four α -particles. A good agreement between the theory and experiments is obtained.

Key words double charge exchange reaction; Glauber theory; α -particle model

应用文献[1]提出的“轻原子核的独立 α 粒子模型”,笔者对 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射、 $\pi^-^{13}\text{C}$ 单电荷交换反应及激发函数、 $\pi^-^{14}\text{C}$ 双电荷交换反应等已进行过较为成功的分析^[2~5],但在以上的研究中,靶核的核心部分被视为 3α 粒子系统,价核子均处于p壳;因此,对该模型的检验和进一步的推广自然应再考虑核心为 4α 系统的原子核,如 ^{16}O , ^{18}O 等。研究 4α 粒子系统的强相互作用时,因价核子处于d壳,作为1级近似,可认为2价核子是纯 $(d_{5/2})^2$ 组态,而此时 $1d_{5/2}$ 与 $2s_{1/2}$ 能级非常接近,组态混合的影响究竟有多大值得关注。本文目的在于运用 α 粒子模型对 4α 粒子系统, $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换反应进行分析,进一步检验文献[1]所阐述的该模型的适应性及优越性。

1 核波函数和基本振幅

对于 $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换反应,假定始末态核波函数为

$$|^{18}\text{O}\rangle_{\text{g.s.}} = |2n\rangle |^{16}\text{O}\rangle$$

$$|^{18}\text{Ne}\rangle_{\text{g.s.}} = |2p\rangle |^{16}\text{O}\rangle$$

收稿日期:1998-10-23

①任永健,北京清华东路17号 中国农业大学(东校区)72信箱,100083

其中: $|2n\rangle, |2p\rangle$ 分别为 ^{18}O 和 ^{18}Ne 的 2 个价中子、价质子波函数; $|^{16}\text{O}\rangle$ 为 ^{18}O (或 ^{18}Ne) 的核心波函数。由文献[6], ^{16}O 可视为 4α 粒子系统, 其波函数可写为

$$\Psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_4) = \varphi_6^{(\alpha)}(\mathbf{r}_1)\varphi_6^{(\alpha)}(\mathbf{r}_2)\varphi_6^{(\alpha)}(\mathbf{r}_3)\varphi_6^{(\alpha)}(\mathbf{r}_4)$$

其中 \mathbf{r}_i 为第 i 个 α 粒子的空间坐标, 单个 α 粒子波函数 $\varphi_6^{(\alpha)}(\mathbf{r})$ 与文献[2]所取的相同。谐振子参数 $a = 1.2 \text{ fm}$, 其本振幅 $f_m(q)$ 仍然取自 Binon 等人的文献[7]。

2 个价核子的波函数 ($|2n\rangle$ 或 $|2p\rangle$) 简单地取为纯 $(d_{5/2})^2$ 组态的壳模型波函数。一般来说, π -N 振幅应表示为

$$f_{\pi N}(\mathbf{K}', \mathbf{K}) = f_0 + f_1(\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}) + f_2(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) + f_3(\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})$$

式中: $\mathbf{t}, \boldsymbol{\tau}$ 分别为 π 介子和核子的同位旋算符; $\boldsymbol{\sigma}$ 为核子的自旋算符; f_0, f_2 分别为弹性散射的自旋无关、自旋有关振幅; f_1, f_3 分别是电荷交换的自旋无关、自旋有关振幅。对于低能 DIAS 跃迁, f_0 和 f_2 没有贡献。在不考虑靶核及剩余核极化时, 自旋相关项可以忽略, 由此 $f_{\pi N}(q)$ 可表示为

$$f_{\pi N}(q) = (A + Bq^2)\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}$$

式中: A, B 与分波振幅 $f_{2l, 2J}^{I, J}$ 的联系由下式表示 (I 为同位旋量子数, l 为轨道角动量, J 为总角动量, $J = l \pm 1/2$):

$$A = \frac{1}{3} [(f_{31}^0 - f_{11}^0) + (f_{31}^1 - f_{11}^1) + 2(f_{33}^1 - f_{13}^1)]$$

$$B = -\frac{1}{6K^2} [(f_{31}^1 - f_{11}^1) + 2(f_{33}^1 - f_{13}^1)]$$

其中 $f_{2l, 2J}^{I, J}$ 由文献[8]中的相移分析得到。

2 双电荷交换散射振幅

在 Glauber 理论框架下, $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换反应振幅由下式计算:

$$F_f(q) = \frac{iK_{\pi 0}}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) \langle \Psi_f | 1 - \prod_{j=1}^6 [1 - \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)] | \Psi_i \rangle \quad (1)$$

其中 $K_{\pi 0}$ 为 π 介子入射动量, 其他各符号意义与文献[2]中的相同。

将 π - α, π -N 振幅及相应的波函数代入式(1), 则得到 $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换散射振幅

$$F_f(q) = F_{\text{ex}}^{(1)}(q) + F_{\text{ex}}^{(2)}(q) + F_{\text{ex}}^{(3)}(q) + F_{\text{ex}}^{(4)}(q) + F_{\text{ex}}^{(5)}(q)$$

式中: $F_{\text{ex}}^{(1)}(q)$ 是只考虑价核子贡献的双电荷交换项; $F_{\text{ex}}^{(2)}(q), F_{\text{ex}}^{(3)}(q), F_{\text{ex}}^{(4)}(q), F_{\text{ex}}^{(5)}(q)$ 分别是考虑核心贡献的 2, 3, 4 和 5 次散射项。每一项均可用伽玛函数 Γ 和合流超比函数 ${}_1F_1$ 表示。

$$F_{\text{ex}}^{(1)}(q) = \frac{iK_{\pi 0} E_2}{2} \sum_{n=0,2}^{12} O(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(\frac{a_0}{\sqrt{2}}\right)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, \frac{a_0^2 q^2}{8}\right) \exp(-a_0^2 q^2 / 8)$$

$$F_{\text{ex}}^{(2)}(q) = -2iK_{\pi 0} N_K E_2 \sum_{n=0,2}^{20} O_1(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_1)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_1^2 q^2\right) \exp(-R_1^2 q^2)$$

$$R_1 = \left(\frac{1}{R^2} + \frac{8}{a_0^2}\right)^{-1/2}$$

$$F_{\text{ex}}^{(3)}(q) = 3iK_{\pi 0} N_K^2 E_2 \sum_{n=0,2}^{28} O_2(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_2)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_2^2 q^2\right) \exp(-R_2^2 q^2)$$

$$R_2 = \left(\frac{2}{R^2} + \frac{8}{a_0^2} \right)^{-1/2}$$

$$F_{\text{ex}}^{(4)}(q) = -2iK_{\pi\alpha}N_K^2 E_2 \sum_{n=0,2}^{36} O_3(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_3)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_3^2 q^2\right) \exp(-R_3^2 q^2)$$

$$R_3 = \left(\frac{3}{R^2} + \frac{8}{a_0^2} \right)^{-1/2}$$

$$F_{\text{ex}}^{(5)}(q) = \frac{iK_{\pi\alpha}N_K^4 E_2}{2} \sum_{n=0,1}^{44} O_4(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_4)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_4^2 q^2\right) \exp(-R_4^2 q^2)$$

$$R_4 = \left(\frac{4}{R^2} + \frac{8}{a_0^2} \right)^{-1/2}$$

以上各式中的 N_K, R, a_0 与文献[2]中的相同, 而

$$E_2 = \frac{2}{3K_{\pi\alpha}^2 a_0^4}$$

其他各系数 $O(n), O_1(n), O_2(n), O_3(n), O_4(n)$ 的计算见附录。

3 结果与讨论

笔者计算了共振区 $T_\pi = 164 \text{ MeV}$ 的 $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 双电荷交换反应的角分布, 并与实验数据及文献[9]中 Oset 等人的计算结果进行比较(见图 1), 可以看出本文的理论曲线与实验结果符合得较好, 其符合程度、趋势与峰谷位置均优于文献[9]所提到的 Oset 等人的计算结果。Oset 等人应用 Glauber 理论, 价核子波函数取 $d_{5/2}, s_{1/2}$ 组态, 将 ^{18}O 和 ^{18}Ne 视为 18 个核子系统; 而本计算的核心部分为 4α 粒子, 价核子取 $(d_{5/2})^2$ 纯组态, 理论上计算简单, 各次散射项均解析可积, 而且能自动包含一些次级效应, 如 π 的真吸收、费米运动修正、结合能修正等。

笔者的计算, 扩展了文献[1]提出的独立 α 粒子模型的应用范围, 不但适用于 3α 粒子系统的弹性散射、电荷交换反应, 而且适用于 4α 粒子系统的双电荷交换反应。这是对该模型又一重要支持, 同时也是对核内具有 α 集团结构的又一佐证。

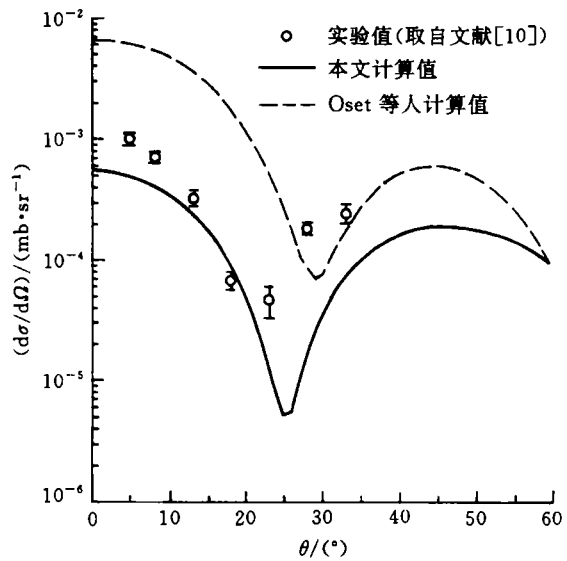


图 1 $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ 微分截面 ($T_\pi = 164 \text{ MeV}$)

附录 散射振幅系数的计算

$$\begin{cases}
 I(0) = 6A_1 + 24B_1/a_0^2 \\
 I(2) = -56B_1/a_0^4 \\
 I(4) = (2A_1 + 40B_1/a_0^2)/a_0^4 \\
 I(6) = -8B_1/a_0^8 \\
 J(0) = -32B_1/a_0^2 \\
 J(2) = (8A_1 + 80B_1/a_0^2)/a_0^2 \\
 J(4) = (A_1 - 12B_1/a_0^2)/a_0^4 \\
 J(6) = -4B_1/a_0^8 \\
 K(0) = 0 \\
 K(2) = -16B_1/a_0^4 \\
 K(4) = (A_1 + 20B_1/a_0^2)/a_0^4 \\
 K(6) = -4B_1/a_0^8 \\
 \sum_{n=0,2}^{12} L(n)b^n = \left[\sum_{n=0,2}^6 I(n)b^n \right]^2 \\
 \sum_{n=0,2}^{12} M(n)b^n = \left[\sum_{n=0,2}^6 J(n)b^n \right]^2 \\
 \sum_{n=0,2}^{12} Q(n)b^n = \left[\sum_{n=0,2}^6 K(n)b^n \right]^2 \\
 O(n) = Q(n) + \frac{1}{25}[M(n) + L(n)] \\
 \sum_{n=0,2}^{20} O_1(n)b^n = \sum_{n=0,2}^{12} O(n)b^n \sum_{m=0,2}^8 D(m)b^m \\
 \sum_{n=0,2}^{28} O_2(n)b^n = \sum_{n=0,2}^{12} O(n)b^n \sum_{m=0,2}^{16} D'(m)b^m \\
 \sum_{n=0,2}^{36} O_3(n)b^n = \sum_{n=0,2}^{12} O(n)b^n \sum_{m=0,2}^{24} D''(m)b^m \\
 \sum_{n=0,2}^{44} O_4(n)b^n = \sum_{n=0,2}^{12} O(n)b^n \sum_{m=0,2}^{32} D'''(m)b^m
 \end{cases}$$

其中 $D(m), D'(m), D''(m), D'''(m)$ 参见文献[6]附录。

参 考 文 献

- 1 李清润, 陈生忠, 赵恩广. 独立 α 粒子模型下的电子散射. 高能物理与核物理, 1981, 5(5): 531
- 2 任永健, 黄清波, 左淑华, 等. α 粒子模型下的 π^\pm - ^{13}C 弹性散射. 中国农业大学学报, 1997, 2(4): 32
- 3 任永健, 左淑华. 集团模型与 π - ^{13}C 单电荷交换反应分析. 中国农业大学学报, 1998, 3(4): 21
- 4 Ren Yongjian, Mao Guangjun, Liu Xiaoyun, et al. An analysis of pion- ^{13}C elastic scattering and single charge exchange reaction. Commun Theor Phys, 1997, 28(1): 125
- 5 Zhao Enguang, Zeng Guomo, Liu Yuxin. Analysis of $^{14}\text{C}(\pi^+, \pi^-)^{14}\text{O}$ reaction at 50 MeV. Commun Theor Phys, 1996, 25: 381
- 6 李清润, 陈生忠, 赵恩广. α 粒子模型下的 π^- - ^{16}O 弹性散射. 原子核物理, 1981, 3(4): 334
- 7 Binon F, Duteil P, Gouanere M, et al. Scattering of negative pions on helium. Nucl Phys, 1978(A298): 499
- 8 Rowe G, Salomon M, Landau R H. Energy-dependent phase shift analysis of pion-nucleon scattering below 400 MeV. Phys Rev C, 1978, 18(1): 584
- 9 Seth K K, Iversen S, Nann H, et al. Angular distributions for the reaction $^{18}\text{O}(\pi^+, \pi^-)^{18}\text{Ne}$ and pion double-charge-exchange from factors. Phys Rev Lett, 1979, 43(21): 1574
- 10 Greene S J, Braithwaite W J, Holtkamp D B, et al. Systematics in pion double charge exchange. Phys Rev C, 1982, 25(2): 927