

叶轮机械级几何参数的最优化设计^①

辛 哲^②

邹滋祥

(中国农业大学车辆工程学院) (中国科学院工程热物理所)

摘 要 在研究非线性数学规划条件极值问题求解方法的基础上,将最优化设计计算方法用于径、轴流涡轮以及压气机级叶片几何参数和 1 元气动热力学的最优化设计。对径、轴流涡轮的最优化设计命题建立了完整的物理模型和数学表达式,采用 SUMT 外点法将含有不等式约束条件极值问题处理成无约束最优化设计问题,并用 DFP 共轭方向法求解。文中提供了径、轴流涡轮 1 元最优化设计的算例。本方法还可以方便地通过改变优化目标函数推广到其他工程的最优化设计中去。

关键词 叶轮机械; 级; 最优化设计

中图分类号 TK 472

Optimum Design on Geometrics Parameters of Impeller Stage

Xin Zhe

Zou Zixiang

(College of Vehicle Engineering, CAU) (Institute of Engineering Thermophysics, CA)

Abstract On the basis of conditional extreme value of non-linear mathematical programming, the optimum design method was applied in the design on geometric parameters and one-dimension pneumatic thermodynamics of axial or radial turbine and compressor. The complete physical model and mathematical expressions were developed for axial or radial turbine optimum design. By using the SUMT method, the extreme value problem with inequality constraint conditions was turned into optimum design problem without constraints, and was calculated by DFP conjugate direction method. An example was provided to one-dimension optimum design of axial or radial turbine.

Key words impeller machine; stage; optimum design

对高负荷、高效率涡轮(或压气机)级的设计,日益趋向采用最佳设计。涡轮(压气机)级的轮毂比与级负荷的匹配、子午通道形状以及叶片主要几何参数的合理选择是高负荷、高效率涡轮(压气机)级设计的第一个重要环节,然后再在此选定的通道空间内有效地组织气体流动,使得流动的损失最小,能量转换的效率最高。

最初的设计者多数是凭经验选取叶轮机械级几何参数,后来,有些研究者也在研究 1 元流动的最佳设计问题,但是多数对最优化命题的提法不完整,不是物理或数学模型不完整,就是约束条件不明确,并且多采用数值优选方法。真正严格地按数学规划论方法,在向量空间内自动搜索极值点的方法不多,即使有,其完整性和通用性也不够强。

笔者研究的 1 元最优化设计方法完全不同于人们常言的优选方法。那种优选方法一般是

收稿日期:1998-09-03

①国家自然科学基金资助项目

②辛 哲,北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区)148 信箱,100083

对有限种可行方案进行比较,从中挑选出1种符合一定约束条件的最好方案,而本文所述最优化设计是指完全依照数学规划论方法,针对具体工程实际问题建立完整的物理模型和数学表达式,并采用严格的数学求解方法,在给定的工程约束条件下,从所有可行方案中自动找出能使描写系统性能品质的指标(即目标函数)达到最佳的方案,做到了真正的最优化设计。

1 最优化命题简述与求解方法

1.1 多维变量有约束数学规划问题简述^[1]

在任何一个工程设计问题中,最优化问题的提出都包含3个主要方面的正确选定,即独立设计变量的选定、描写系统品质指标——目标函数的确立以及各种工程约束条件的全面分析与确定。可以把它们归纳成下面的数学表达式: $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T, i=1, 2, \dots, n; \min F(X) = \min F(x_1, x_2, \dots, x_n)^T, X \in D \in R^n; g_i(X) \geq 0, i=1, 2, \dots, p$ 。其中 X 为 n 维独立设计变量向量, $F(X)$ 为目标函数, p 为等式和不等式约束条件的个数。通常 $F(X)$ 是一个 n 维向量 X 的非线性函数, $g_i(X)$ 也不必是 n 维向量 X 的线性函数,所以把这样的问题称为“非线性数学规划”。

1.2 非线性数学规划问题的求解方法

非线性数学规划问题的求解,主要是使用序列无约束极小化技巧(简称为SUMT),将有约束的极小化问题转化为求一序列无约束的极小化问题。SUMT解法的基本思想就是对非线性规划的目标函数和约束条件进行恰当的组合,形成一个包括目标函数与约束条件在内的惩罚函数。例如本文所用SUMT外点形式的惩罚函数为 $P(X, r^{(k)}) = F(X) + r^{(k)} A_p$ 。其中 $r^{(k)}$ 为一逐渐趋大的序列正因子(取 $r^{(0)} = 1.0, r^{(r+1)} = Cr^{(i)}, C$ 取1.5), A_p 为惩罚项,有

$$A_p = A_p + \sum_{i=1}^p \frac{(|g_i| - g_i)^2}{4}$$

当以惩罚函数 $P(X, r^{(k)})$ 作为目标函数求解一序列无约束极小化问题时,惩罚项将从平方量上逐渐消耗到接近于零(即使约束条件满足),惩罚函数的极限就成为原非线性规划问题的目标函数,而此一序列无约束极小化问题的解也稳定地趋向一个极限,这就是原非线性数学规划问题的解。

求解多元函数无约束极小化的方法很多,这里采用DFP共轭方向法及单纯形法。

2 涡轮级几何参数的最优化设计

2.1 轴流涡轮级几何参数与1元最优化设计^[2]

独立设计变量 $X=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T = (H_T, \rho', c'_{2a}, r'_2, c_{1a}/c_{2a})^T$ 。式中: H_T 为功率系数 H_T/u_1^2 ; ρ' 为运动反动度; c'_{2a} 为流量系数 c_{2a}/u_1 ; r'_2 为半径比 r_2/r_1 。其中: c 和 u 分别表示绝对速度和圆周速度;角标1和2分别表示导叶、动叶出口站; a 代表轴向。

涡轮级效率 $\eta_T = 2H_T(A+B+C+D)^{-1}$ 。其中: $A = c'_{2a}{}^2[1/\psi^2 + (c_{1a}/c_{2a})^2(1/\varphi^2 - 1)]$, $B = (1/4) \times H_T^2(1/\psi^2 + 1/\varphi^2 - 1)$, $C = H_T[r'_2(1/\psi^2 - 1) + (1 - \rho')(1/\varphi^2 - 1/\psi^2 - 1) + 2]$, $D = [r_2'^2 - 2(1 - \rho')r'_2](1/\psi^2 - 1) + (1 - \rho')^2(1/\psi^2 + 1/\varphi^2 - 1)$ 。这里 φ, ψ 分别为导、动叶速度损失系数。

目标函数

$$F(X) = 1 - \eta_T / (X)$$

约束条件。根据工程实际要求,各独立设计变量的取值域为: $1.25 \leq H_T \leq 1.3, 0.903 \leq$

$r'_2 \leq 1.2, 0.42 \leq \rho' \leq 0.45, 0.78 \leq c_{1a}/c_{2a} \leq 0.82, 0.58 \leq c'_{2a} \leq 0.63$ 。

损失模型^[3]为

$$\xi_{\text{形面}} = \frac{0.003}{\left[0.09 \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2 \sin(\beta_1 + \beta_2)} + 0.46\right] (\sin \beta_1 - \sin \beta_2) + 0.085} + 0.017$$

$$\xi_{\text{二次流}} = \frac{0.047 \sin \beta_2}{\sin \beta_1} \cdot \frac{\cot \beta_1 + \cot \beta_2}{h/b} + 0.0118$$

$$\psi(\text{或 } \varphi) = \sqrt{1 - (\xi_{\text{形面}} + \xi_{\text{二次流}})}$$

这里 β 为相对气流角, ξ 为损失系数, h/b 为叶片展弦比。

给定的设计工况参数如下:流量 $G_T = 45 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, 进口总压 $p_0^* = 0.424 \text{ MPa}$, 进口总温度 $T_0^* = 1180 \text{ K}$, 转速 $n = 12000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$, 输出功率 $P_T = 9779.4 \text{ kW}$ 。

计算结果及与数值优化^[4]的比较如表 1 所示。

表 1 轴流涡轮最优化的独立设计变量比较

序号	参量	文献[4]数值优化法 ($D_{\text{opt}} = \text{常数}$)	本文的最优化方法 ($D_{\text{opt}} = \text{常数}$)
1	H_T'	1.300	1.300
2	ρ'	0.42	0.42
3	c'_{2a}	0.600	0.578
4	$\eta_T/\%$	82.00	82.73
5	r'_2	1.048	0.988
6	c_{1a}/c_{2a}	0.758	0.781

根据优化设计变量可进一步计算动叶进、出口截面的几何参数和气动参数,见表 2。

表 2 轴流涡轮优化的几何参数和气动参数

序号	参量	文献[4] 数值优化方法	本文 最优化方法	序号	参量	文献[4] 数值优化方法	本文 最优化方法
1	\bar{D}_1/m	0.6736	0.6505	13	$c_{2a}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	253.92	236.373
2	\bar{D}_2/m	0.6643	0.6429	14	$c_2/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	255.65	238.12
3	L_1/m	0.1318	0.1373	15	$u_1/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$		416
4	L_2/m	0.1400	0.1459	16	$u_2/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$		494
5	$\alpha_1/(\circ)$	20.175	20.16	17	p_1/MPa		0.245
6	$\alpha_2/(\circ)$	83.204	83.15	18	T_1/K		1027.98
7	$\beta_1/(\circ)$	63.105	62.96	19	$\rho_1/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$		0.826
8	$\beta_2/(\circ)$	29.44	28.64	20	p_2/MPa	0.171	0.179
9	$c_1/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	555.027	535.815	21	T_2/K		932.35
10	$c_{1a}/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	192.545	184.664	22	$\rho_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$		0.666
11	$w_1/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	115.751	207.664	23	π_T^*		2.37
12	$w_2/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	517.068	493.13				

说明: \bar{D}, L 分别为叶片中径及叶高; α, β 分别为绝对和相对气流角; w 为相对速度; p, T, ρ 分别为压力、温度和密度; π_T^* 为膨胀比。

由此结果可绘子午面几何通道图及动叶进、出口截面速度三角形(略)。

2.2 径流式涡轮 1 元最优化设计^[5]

独立设计变量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_6)^T = (u_1/c_1, \alpha_1, \beta_2, \bar{D}_2/D_1, \Omega)^T$ 。式中: α 为绝对气流角; D_1 为进气边直径; \bar{D}_2 为出气边中径; Ω 为热力反动度; c_1 为整级定熵焓降全部转变为动能时的假想速度。

涡轮级效率 $\eta_T = F(u_1/c_1, \alpha_1, \beta_2, \bar{D}_2/D_1, \varphi, \psi, \Omega) = 2u_1/c_1(A+B-C)$ 。其中: $A = \varphi \sqrt{1-\Omega} \cdot \cos \alpha_1$; $B = (\bar{D}_2/D_1)\psi \sqrt{E} \cos \beta_2$, $E = \Omega + \varphi^2(1-\Omega) + (\bar{D}_2/D_1)^2(u_1/c_1) - 2(u_1/c_1)\varphi \sqrt{1-\Omega} \cdot \cos \alpha_1$; $C = (u_1/c_1)(\bar{D}_2/D_1)^2$ 。

目标函数

$$F(X) = 1 - \eta_T(X)$$

约束条件为: $0.6 \leq u_1/c_1 \leq 0.75$, $0.40 \leq \bar{D}_2/D_1 \leq 0.60$, $12^\circ \leq \alpha_1 \leq 25^\circ$, $30^\circ \leq \beta_2 \leq 40^\circ$, $0.45 \leq \Omega \leq 0.52$ 。

速度损失系数取为定值: $\varphi = 0.95$, $\psi = 0.85$ 。

给定的设计工况参数如下: 流量 $G_T = 0.382 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, 进口总压力 $p_0^* = 13.432 \text{ kPa}$, 进口总温度 $T_0^* = 933 \text{ K}$, 转速 $n = 41400 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$, 出口压力 $p_2 = 9.2 \text{ kPa}$, 气体常数 $R = 288.414 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $K = 1.34$ 。

采用轴流涡轮优化计算方法仅需改变其中的目标函数和物理模型, 即把轴流涡轮的物理模型和目标函数改成径流涡轮的物理模型和目标函数就可以计算出径流涡轮优化结果。

表 3 径流涡轮最优化的独立设计变量比较

序号	参量	文献[6]设计结果	本文优化结果
1	u_1/c_1	0.63	0.68
2	α_1	22°	14°21'
3	β_2	43°	25°10'
4	Ω	0.42	0.41
5	\bar{D}_2/D_1	0.668 1	0.677
6	$\eta_T/\%$	79.11	83.35

表 4 径流涡轮优化的几何参量和气动参量

序号	参量	文献[6]设计结果	本文优化结果	序号	参量	文献[6]设计结果	本文优化结果
1	πr	1.46	1.46	9	$\rho_1/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	0.415	0.42
2	D_1/m	0.128	0.139	10	\bar{D}_2/m	0.085 5	0.094 1
3	$u_1/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	278	300.78	11	$u_2/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	166.2	150.40
4	$c_1/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	319	321.85	12	$c_2/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	64.46	68.71
5	$w_1/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	121	78.72	13	$w_2/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	183.3	170.21
6	β_1		81°36'	14	$\alpha_2/(\text{°})$		90
7	T_1/K	893.6	887.21	15	T_2/K		854.59
8	p_1/kPa	10.832	10.775 47	16	$\rho_2/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$		0.037 51

3 计算结果的讨论与评价

本文中严格按照最优化理论,用非线性数学规划极值问题的数值求解法编排了可变目标通用最优化设计计算程序,并对径、轴流涡轮级的几何参数和1元气动热力学参数最优化设计进行了具体计算,其结果令人满意。将此结果与数值优化结果进行比较,由于独立设计变量得到了最优匹配,使得轴流涡轮级效率比文献[4]的数值优化法高0.73%,径流涡轮级效率比文献[6]高1.05%,其他参数也更趋合理。

在计算中,惩罚函数中的惩罚项随迭代次数的增加迅速下降,直至趋于零。由惩罚项的意义知,随着惩罚项的不断减小,约束条件逐渐被满足,当惩罚项为零时,约束全部被满足,此时惩罚函数达到极限值,也就得到了原目标函数的最优解。

径、轴流压气机级几何参数的最优化设计,用同样的方法也都得到了很好的效果。

本文所用优化设计方法的通用性和规范性很强,只要求改变所研究对象的物理模型和目标函数就可以非常方便地推广到其他类型的工程设计中去,因而有着较高的学术意义和较大的应用价值。

参 考 文 献

- 1 刘惟信. 机械最优化设计. 北京:清华大学出版社,1994. 1~226
- 2 舒士甄. 叶轮机械原理. 北京:清华大学出版社,1991. 18~35
- 3 邹滋祥,袁 丁,李晓玲. 轴流透平级几何参数与叶片扭曲规律联合优化设计计算方法. 航空动力学报, 1987,12(4):334~341
- 4 邹滋祥. 轴流透平级的几何参数的最佳选择——带有各种约束条件的最佳设计. 机械工程学报,1985,21(3):18~28
- 5 万 欣. 燃气叶轮机械. 北京:机械工业出版社,1987. 129~172
- 6 朱大鑫. 涡轮增压与涡轮增压器. 北京:机械工业出版社,1992. 179~248