

## 关于混沌振动的研究

王聪玲<sup>①</sup> 龙运佳

(中国农业大学工程基础科学部)

**摘 要** 混沌是某些非线性动力学系统特有的内在属性,它与机械振动理论相结合而形成的新学科——混沌振动,正在成为一个日趋活跃的研究领域。本文从不同侧面阐述混沌振动研究的成果。

**关键词** 混沌; 振动; 研究; 成果

**中图分类号** O322

## Study on Chaotic Vibration

Wang Congling Long Yunjia

(College of Applied Engineering Science, CAU)

**Abstract** Chaos is the attribute of some nonlinear dynamic system. Chaotic vibration formed from the combining of chaos and mechanical vibration is becoming an active field. The outcomes of chaotic vibration research are introduced from different aspects.

**Key words** chaotic; vibration; research; outcome

混沌指发生在确定性系统中貌似随机的不规则运动。按传统观念,确定性系统对确定性激励的响应也必是确定性的,但现已证实,满足一定条件的非线性振动系统,受确定性激励后也会产生貌似无规则的振动响应——混沌振动<sup>[1]</sup>。

混沌振动作为机械振动理论的新分支,正在成为一个日趋活跃的研究领域。对于确定性机械系统,产生混沌振动的先决条件是系统的非线性,如分段的或不连续变化的系统刚度、阻尼和表面摩擦。此外,由于局部冲击而造成的局部变形和弹性波也能导致系统的非线性。对于混沌振动,主要研究机械系统中的混沌行为。这种研究在过去的 20 多年里发展非常迅速,已取得了丰硕的成果,大致可分为如下几个方面<sup>[1]</sup>:1)混沌振动的识别;2)混沌振动产生的机理及通向混沌的道路;3)混沌振动特征参数的计算;4)混沌振动的控制;5)混沌振动研究的方法;6)混沌振动理论在工程中的应用。笔者拟从上述各个方面对混沌振动研究的成果加以评述。

### 1 混沌振动的识别

混沌识别是混沌振动研究的前提和首要条件。有了识别混沌的标准或依据,才有可能研究与混沌有关的其他问题。目前,混沌动力学系统的一些基本特性,如对初始条件的敏感性、奇怪吸引子及其分维特性等,已为人们所普遍接受,而且已找到判别的定量方法(Lyapunov 指数)和定性方法(如功率谱的宽频性,相轨图的复杂性等),用以对混沌振动的存在性进行识别和证

收稿日期:1997-06-13

①王聪玲,北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区)74 信箱,100083

实。其一般步骤为:1)将实际的动力学系统抽象为理论模型;2)根据有关学科的理论,建立系统的动力学方程;3)有时结合非线性科学的有关理论,如谐波平衡法、平均法、Floquet 理论等,对方程进行必要的变换处理;4)鉴于方程的非线性和复杂性,往往采用数值积分对方程进行求解;5)借助分叉图、Poincare 图、功率谱(FFT)、相轨图和 Lyapunov 指数等,从理论上对系统混沌振动的存在性加以识别或证实。

综合有关文献,产生混沌振动的机械系统主要有如下几类:1)有间隙或摩擦的转子系统<sup>[2,3]</sup>;2)有阻尼或库伦摩擦的非线性振动系统<sup>[4,5]</sup>;3)非线性弹性联轴节系统<sup>[6]</sup>;4)磁悬浮振动系统<sup>[7]</sup>。此外,还有变截面弯梁<sup>[8]</sup>、机床颤振<sup>[9]</sup>和路面车辆系统<sup>[10,11]</sup>等。

## 2 混沌振动产生的机理及通向混沌的道路

混沌研究表明,如果一个动力学系统具有 Smale 马蹄变换,则意味着有混沌存在。在实际问题中,更加切实可行的办法是判断 Melnikov 函数是否具有简单零点<sup>[12]</sup>。S. Lenci 对底端固定在弹性基础上,顶端自由,承受轴向载荷及基础振动的细杆的静力学和动力学行为进行了定性分析。借助 Melnikov 函数,对混沌产生的机理进行了研究。结果表明:在不同条件下,系统混沌的产生可能是由于同宿轨道的横截相交或 2 个甚至多个异宿轨道横截相交所致<sup>[13]</sup>。

陈立群利用 Melnikov 方法,给出了准周期激励非对称 Duffing 振子存在混沌的必要条件<sup>[14]</sup>。

D. D. Baran<sup>[15]</sup>利用 Bernoulli Model, Rayleigh Model 和 Timoshenko Model 等 3 种数学模型分别对同一弯梁的混沌振动进行了研究,由 Melnikov 函数确定的 3 种模型出现混沌的临界参数值不同,即初始条件相同,在相同的外力作用下,有的模型呈现混沌,有的模型不呈现混沌。可见,对于同一个动力学系统,系统是否出现混沌行为与理论分析过程中所采用的数学模型有关,越精确的模型,其奇怪吸引子的吸引域越小<sup>[15]</sup>。

目前,常见的通向混沌的道路有:倍周期分叉、准周期运动和振发混沌等。M. P. Paidoussis<sup>[16]</sup>通过对多杆铰链系统的动力学分析,证实了通向混沌的这 3 条道路。管道内多杆铰链系统的各杆间由蝶形弹簧连接,一端固定于管内中央,管内有液体自上而下地自由流动。研究表明,随着液体流速的增大,系统发生混沌,但是在 3 种参数情况下,出现了上述 3 种通向混沌的道路。有关文献还有<sup>[17]</sup>。

## 3 混沌振动控制的若干方法

混沌振动的宽频特性和时间历程的复杂性,很可能导致机械系统噪声增大,零部件裂缝迅速扩展,疲劳、摩擦和磨损加剧,从而大大降低系统的总体性能;因此,对有害的混沌振动进行控制是必要的。

由于混沌是由系统的强非线性引起的,如果能够控制系统的非线性,混沌自然不会产生;因此,许多现有的非线性控制技术可用于解决混沌控制问题。E. K. Hall II<sup>[18]</sup>利用“反馈线性化”技术对混沌振动进行抑制。研究表明,这种方法是可行的。Tseng Chyuanow<sup>[19]</sup>对非线性激振器结构的稳定性、分叉及混沌进行了研究,结果发现,如果激振器受线性反馈控制,则振幅是反馈增益的函数,通过控制反馈增益可避开共振区或混沌区。F. C. Moon<sup>[20]</sup>也提到通过速度反馈可以改变混沌振动产生的临界条件,使系统有更宽的非混沌工作范围。

Asakura<sup>[21]</sup>提出利用多层神经网络对混沌振动进行控制。K. Masaharu<sup>[22]</sup>提出采用含有回流路径(recurrent paths)的神经网络系统对混沌进行控制。研究发现, Jordan-type 和 Elman-type 这2种神经网络是有效的非线性反馈控制器,其性能优于PD(即比例加微分的控制)反馈控制器。

田玉楚等<sup>[23]</sup>指出可采用两大类方法控制混沌,即参数调节法和外加控制法。如系统模型为 $X_t = F(x_t, p)$ ;参数调节法就是通过调节 $p$ 使系统脱离混沌;而外加控制法,则是在系统中加外力 $u_t$ ,使之成为 $X_{t+1} = F(x_t, p) + u_t$ ,通过 $u_t$ 使系统退出混沌域。

随着混沌科学的不断发展和完善,混沌控制技术必将日趋成熟并应用于工程领域。

#### 4 混沌振动特征参数的计算

混沌振动以它特有的缤纷复杂、多姿多彩的特征(如无限自相似、奇怪吸引子的分维、功率谱的宽频特性和正的 Lyapunov 特征指数等)区别于确定性振动。在有关混沌振动的文献中,有的专门讨论混沌振动的某一特征参数的计算问题。C. Peter<sup>[24]</sup>介绍了具有不连续性的动力学系统的 Lyapunov 指数的计算方法;D. B. Logan<sup>[25]</sup>重点介绍了基于时序的相轨图奇怪吸引子相关维数的定义、计算及其在工程中的应用;鲁宏伟等<sup>[26]</sup>提出了一种利用神经网络方法估计分维数的算法,并将其应用于机床颤振混沌研究中。混沌特征参数的尽可能准确和简便的计算,对混沌的识别及其发生机构参数的确定具有决定性意义。

#### 5 混沌振动研究的方法

在“混沌识别”一节,实际上已介绍了混沌研究的常规方法。以下介绍几种混沌研究的特殊方法,以开阔对混沌认识的视野。

F. Bontempi<sup>[27]</sup>介绍了一种参数分析法,以确定系统混沌运动的参数范围。这是一种纯数值算法,其主要特点是引入重构相空间的概念,并在相空间内描述系统的运动。这种算法适用于多自由度系统的混沌研究,尤其适用于自由度 $N < 10$ 的系统。这为多自由度混沌振动的分析奠定了基础。

混沌振动的求解方法通常是对运动微分方程在较长的时间段上进行数值积分,以便过度态消失,获得稳态混沌行为。目前,对混沌振动问题求解,主要采用4阶龙格库塔法。这种算法要求在每一时间 $t$ 条件下解4个方程,而且要求时间步长足够小。这些局限性使它只能用于单自由度或有限自由度系统混沌的研究。R. I. K. Moorthy<sup>[28]</sup>采用有限元法对有非线性边界条件的杆的混沌振动进行数值仿真,获得连续弹性系统的混沌现象。N. S. Abhyankar<sup>[29]</sup>进一步讨论了直接数值积分法用于混沌研究的优点和不足,也提出用有限元法研究混沌问题,并进一步指出,这种求解技术可适于各种边界条件和激励函数的杆的求解,是非线性动力学和混沌研究的强有力的工具。

J. Y. Lee<sup>[30]</sup>用扩展能量法对受冲击载荷的弹塑性杆系的混沌响应进行了分析。结果表明:系统总能量 $U$ 与静止点处的张力能量 $V$ 的关系决定了系统的响应。随着 $U$ 与 $V$ 关系的变化,系统的响应过程为:大幅混沌振动→大幅值与小幅值间歇共存的复杂振动→小幅振动。

用能量的观点解释混沌出现的原因,每种方法均具优点和不足,都有其适用范围。在实际工作中,必须结合具体问题,选择合适的方法去分析或研究系统的混沌行为。

## 6 混沌振动在工程中的利用

纵观混沌振动研究的进展,有关其识别、机理、控制等方面的研究占的比例较大,其中有关混沌识别的文献最多,而有关混沌振动在工程中的应用研究则刚刚起步,到目前为止,这方面的成果还不是很多。

Li Zhe<sup>[31]</sup>设计了混沌振动筛结构模型,从理论上分析了其混沌特性。

D. B. Logan<sup>[25]</sup>用相关维数对滚动轴承的失效进行了诊断,他指出正常轴承振动的相关维数与内圈或外圈有毛病的轴承的相关维数不同,并根据文中所提出的计算相关维数的算法,计算出各种情况下的分维数,以诊断轴承的失效。

龙运佳<sup>[32,33]</sup>设计的混沌激励器和混沌振动台是首次研制的混沌振动设备。

由于混沌振动具有比周期振动更宽的振动频率、更大的加速度变化,有利于用作振动压实、振动筛分、振动切削、振动落料、振动时效及宽频振动试验等工作。初步试验结果表明,混沌振动筛在与传统的单频振动筛筛分效率相同的条件下,可节约能量。可以预言,如果用混沌振动代替传统的单频振动,在提高振动功效、降低能源消耗方面将会有突破性进展。

## 7 结束语

混沌现象的研究,打开了掩蔽非线性动力系统复杂形态的大门,而混沌振动比周期振动更一般,也更深刻。目前的研究还处于初级阶段,有许多问题有待探索。

## 参 考 文 献

- 1 龙运佳. 混沌振动研究. 北京:清华大学出版社,1997. 4
- 2 Muszynska A, Goldman P. Chaotic responses of unbalanced rotor/bearing/stator systems with looseness or rubs. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1995, 5(9):1683~1704
- 3 Adiletta G, Guido A R, Rossi C. Chaotic motions of a rigid rotor in short journal bearings. *Nonlinear Dynamics*, 1996, 10:251~269
- 4 Tsuda Y. Chaotic behaviour of a nonlinear vibrating system with a retarded argument. *JSME International J Series III*, 1992, 35(2):259~266
- 5 Narayanan S, Jayaraman K. Chaotic vibration in a non-linear oscillator with coulomb damping. *J of Sound and Vibration*, 1991, 146(1):17~31
- 6 Hess D P, Wagh N J. Chaotic normal vibrations and friction at mechanical joints with nonlinear elastic properties. *Trans of the ASME*, 1994, 116(4):474~479
- 7 Xu Zhixiang, Tamura, Hideyuki. Simulation of chaotic vibration of single-degree-of-freedom magnetic levitation system. *Trans of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1995, 61(583):823~830
- 8 Nagai, Kenichi, Yamaguchi. Chaotic vibrations of a post-buckled beam with a variable cross section under periodic excitation. *Trans of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1995, 61(586):28~35
- 9 鲁宏伟,汤燕斌,吴雅,等. 机床颤振的混沌特征. *华中理工大学学报*, 1995, 23(6):105~112
- 10 Liu Z, Payre G, Bourassa P. Nonlinear oscillations and chaotic motions in a road vehicle system with driver steering control. *Nonlinear Dynamics*, 1996, 9:281~304
- 11 Meijaard J P, de Pater A D. Railway vehicle systems dynamics and chaotic vibrations. *Int J Non-linear*

- Mechanics, 1989,24(1):1~17
- 12 刘曾荣. 混沌的微扰判据. 上海:上海科技教育出版社,1994. 1~20
  - 13 Lenci S, Tarantino A M. Chaotic dynamics of an elastic beam resting on a winkler-type soil. Chaos, Solitons & Fractals, 1996,7(10):1601~1614
  - 14 陈立群. 准周期激励非对称 Duffing 振子存在混沌的必要条件. 上海力学,1995,16(1):35~39
  - 15 Baran D D. Mathematical models used in studying the chaotic vibration of buckled beams. Mech Res Communications, 1994,21(2):189~196
  - 16 Paidoussis M P, Botez R M. Three routes to chaos for a three-degree-of-freedom articulated cylinder system subjected to annular flow and impacting on the outer pipe. Nonlinear Dynamics, 1995,7:429~450
  - 17 Awrejcewicz J. A route to chaos in a nonlinear oscillator with delay. Acta Mechanica, 1989,77:111~120
  - 18 Hall L L E K, Hanagud S V. Control of nonlinear structural dynamic systems; Chaotic vibrations. J of guidance, control and dynamics, 1993,16(3):470~476
  - 19 Tseng Chyuan-yow. Stability, bifurcation, and chaos of a structure with a nonlinear actuator. Jpn J Appl Phys, 1995,34(7A):3766~3774
  - 20 Moon F C. Goldstein Gina. Coming to terms with chaos. Mechanical Engineering, 1990,112(1):40~47
  - 21 Asakura, Toshiyuki, Nakade. Chaos identification of nonlinear vibrating system using neural networks and its application. Trans of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1996,62(596):1270~1276
  - 22 Masaharu K. Neurocontrol of chaotic vibration. Trans of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1993,59(561):62~69
  - 23 田玉楚, 张钟俊. 非线性系统中混沌运动的研究进展. 上海交通大学学报, 1996,30(1):108~116
  - 24 Muller P C. Calculation of Lyapunov exponents for dynamic systems with discontinuities. Chaos, Solitons & Fractals, 1995,5(9):1671~1681
  - 25 Logan D B, Mathew J. Using the correlation dimension for vibration fault diagnosis of rolling element bearings - I. Basic concepts. Mechanical Systems and Signal Processing, 1996,10(3):241~264
  - 26 鲁宏伟, 汤燕斌, 吴雅, 等. 分维数估计及其在机床颤振混沌研究中的应用. 力学与实践, 1995(4):46~48
  - 27 Bontempi F. Non-linear dynamics versus chaotic motion for MDOF structural systems. Chaos, Solitons & Fractals, 1996,7(10):1659~1682
  - 28 Moorthy R I K, Kakodkar A. Finite element simulation of chaotic vibrations of a beam with non linear boundary conditions. Computers & Structures, 1993,49(4):589~596
  - 29 Abhyankar N S, Hall L L E K, Hanagud S V. Chaotic vibrations of beams; Numerical solution of partial differential equations. Trans of the ASME, 1993,60:167~174
  - 30 Lee J Y, Symonds P S. Extended energy approach to chaotic elastic-plastic response to impulsive loading. Int J Mech Sci, 1992,34(2):139~157
  - 31 Li Zhe. Chaotic vibration sieve. Mech Mach Theory, 1995,30(4):613~618
  - 32 龙运佳, 苏元升. 强非线性水平混沌振动台. 农业工程学报, 1996,12(1):109~113
  - 33 龙运佳, 张平. 强非线性宽频带混沌激振器及其应用. 农业工程学报, 1995,11(4):43~47