

α 粒子模型下的 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射

任永健^{1,2①} 黄清波² 左淑华² 刘晓云²

(1 中国科学院理论物理研究所 2 中国农业大学工程基础科学部)

摘要 应用 Glauber 理论,假定 ^{13}C 核由 3α 核心和 1 价中子组成,计算了 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 在 $T_\pi=162\text{ MeV}$ 的弹性散射微分截面。计算结果与实验值符合较好,说明 α 粒子模型是一很好的近似,同时指出,核心对截面的影响很重要。

关键词 电荷交换; Glauber 理论; π -核弹性散射

中图分类号 O571.425

$\pi^\pm-^{13}\text{C}$ Elastic Scattering in α -particles Model

Ren Yongjian^{1,2} Huang Qingbo² Zuo Shuhua² Liu Xiaoyun²

(1 Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica 2 College of Applied Engineering Sciences, CAU)

Abstract The $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ elastic scattering cross section at 162 MeV is calculated by using the Glauber theory. The ^{13}C is assumed to consist of one valence neutron and a core of three α -particles. A good agreement between the calculated results and experiments is obtained. The results also indicated that the α -particle model is a good approximation and the important influence of the core on the cross section.

Key words charge exchange; Glauber theory; π -nuclear elastic scattering

近些年来, π -核双电荷交换反应的研究获得广泛关注^[1],其主要原因是,该反应对核内核子短程关联很敏感,而且,它还有可能探测到核内夸克效应的信息。为了研究反应的机制及靶核核心对反应的影响,文献[2,3]借助独立 α 粒子模型对 ^{12}C , ^{16}O 弹性散射应用 Glauber 理论进行计算,结果与实验一致,其一致的程度不亚于光学势的计算。与此同时,在此模型下文献[4]计算了 $50\text{ MeV } ^{14}\text{C}(\pi^+, \pi^-)^{14}\text{O}$ 双电荷交换反应的角分布,得到了与实验定性符合的结果。本文的目的是应用与文献[4]相同的模型对 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射进行计算,理论计算与实验的符合程度较好,进一步检验了该模型的正确性,为进一步应用该模型对单、双电荷的研究提供了基础。

1 波函数和输入振幅

根据文献[4], ^{13}C 核可以看成由 ^{12}C 核心和 1 个价核子组成, ^{12}C 则看成三 α 粒子系统:

$$|^{13}\text{C}\rangle = |n\rangle |^{12}\text{C}\rangle$$

收稿日期:1997-02-26

①任永健,北京清华东路 17 号中国农业大学(东校区)72 信箱,100083

由文献[3], $|^{12}\text{C}\rangle$ 的波函数可写为

$$\Psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_3) = \varphi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}_1)\varphi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}_2)\varphi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}_3)$$

其中 \mathbf{r}_i 为第 i 个 α 粒子的空间坐标;

$$\varphi_0^{(\alpha)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}}[O_{10}(r) - O_{20}(r)]Y_{00}(\theta, \varphi)$$

是单个 α 粒子波函数, 其中

$$O_{10}(r) = 2(a^6\pi)^{-1/4}\exp(-r^2/2a^2)$$

$$O_{20}(r) = \sqrt{\frac{8}{3}}(a^6\pi)^{-1/4}\left[\frac{3}{2} - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right]\exp(-r^2/2a^2)$$

分别为 1s 和 2s 轨道的谐振子径向波函数, $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 是普通的球谐函数(谐振子参数取为 $a = 1.0 \text{ fm}$)。这里所用基本振幅 $f_{\pi\alpha}(q)$ 与文献[4]一样, 均选自 Binon 等人^[6]的文献中, 即

$$f_{\pi\alpha}(q) = f(0)\left(1 - \frac{q^2}{t_1}\right)\left(1 - \frac{q^2}{t_2}\right)\exp\left(-\frac{1}{6}R_s^2q^2\right) \quad (1)$$

$$f(0) = \frac{ik_{\pi\alpha}\sigma}{4\pi}(1 - i\rho)$$

其中: q 是动量转移; t_1, t_2 是复参数, 其实、虚部的数值连同参数 σ, ρ 一起由文献[5]列表给出。

价核子 $|n\rangle$ 的波函数简单地取为壳模型下 $1p_{1/2}$ 轨道的谐振子波函数。当忽略自旋部分, $\pi-N$ 振幅可写为

$$f_{\pi N}(\mathbf{K}', \mathbf{K}) = f_0 + f_1(\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau}) \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{\tau}, \mathbf{t}$ 分别为核子和 π 介子的同位旋算符。当 $T_\pi < 300 \text{ MeV}$ 时, 只取 S 波和 P 波, 则 f_0 和 f_1 可近似表达为

$$f_0 = A_0 + B_0q^2, \quad f_1 = A_1 + B_1q^2$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{K} - \mathbf{K}'$$

$$A_0 = \frac{1}{3}[f_{11}^0 + 2f_{31}^0 + 2f_{31}^1 + 2f_{13}^1 + f_{11}^1 + 4f_{33}^1]$$

$$B_0 = -\frac{1}{6K^2}[2f_{31}^1 + 2f_{13}^1 + f_{11}^1 + 4f_{33}^1]$$

$$A_1 = \frac{1}{3}[-f_{11}^0 + f_{31}^0 + f_{31}^1 - 2f_{13}^1 - f_{11}^1 + 2f_{33}^1]$$

$$B_1 = -\frac{1}{6K^2}[f_{31}^1 - 2f_{13}^1 - f_{11}^1 + 2f_{33}^1]$$

其中

$$f_a \equiv \frac{1}{|K|}\exp(i\delta_a)\sin\delta_a$$

δ_a 是相移, $\alpha \equiv [L I J]$, 它由文献[6]中的公式计算得到。

2 多重散射振幅的计算

由 Glauber 理论^[7], $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射振幅可由下式计算:

$$F(q) = \frac{iK_{\pi\alpha}}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) \langle \Psi_f | 1 - \prod_{j=1}^4 [1 - \Gamma(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)] | \Psi_i \rangle$$

其中: $K_{\pi\alpha}$ 为 π 介子在 π -核质心系中的入射动量; \mathbf{b} 为碰撞参数; \mathbf{s}_j 为靶核的第 j 个散射体的

位矢在碰撞参数平面内的投影。对于 ^{13}C 核,有4个散射体:3个 α 粒子和1个价中子。 $\Gamma(\mathbf{b})$ 是断面函数,可表示为

$$\Gamma(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i K} \int d^2q \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}) f_{\pi x}(q)$$

其中: K 为 π 介子在 $\pi-x$ 质心系中的动量; x 表示 α 粒子或价中子, $f_{\pi x}(q)$ 为相应的振幅。如 $f_{\pi\alpha}(q)$ 由式(1)给出, $f_{\pi N}(q)$ 由式(2)给出,将 $f_{\pi\alpha}(q)$, $f_{\pi N}(q)$ 及相应的波函数代入 Glauber 公式,则可得到 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射振幅

$$F_{\pi C}(q) = F^{(1)}(q) + F^{(2)}(q) + F^{(3)}(q) + F^{(4)}(q)$$

其中 $F^{(1)}$, $F^{(2)}$, $F^{(3)}$, $F^{(4)}$ 分别为1次散射、2次散射、3次散射和4次散射振幅,每一项均可以用通常的伽玛函数 Γ 和合流超比函数 ${}_1F_1$ 表示出来。对于 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射,1次项为 $F^{(1)}(q) = F_1^{(1)}(q) + F_2^{(1)}(q)$,而

$$F_1^{(1)}(q) = \frac{iK_{\pi C}E}{2} \sum_{n=0,2}^4 Z(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) a_0^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, \frac{a_0^2 q^2}{4}\right) \exp(-a_0^2 q^2/4)$$

$$F_2^{(1)}(q) = \frac{i3K_{\pi C}N_K}{2} \sum_{n=0,2}^8 D(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R^2 q^2\right) \exp(-R^2 q^2)$$

其中

$$E = \frac{2}{3iK_{\pi N}a_0^2} \quad N_K = \frac{f(0)\pi^{3/2}a^3}{2iK_{\pi N}R^2} \quad R = \sqrt{\frac{1}{6}R_0^2 + \frac{a^2}{4}} \quad a_0 = 1.596$$

2次项为

$$F^{(2)} = F_1^{(2)}(q) + F_2^{(2)}(q)$$

$$F_1^{(2)}(q) = -\frac{i3K_{\pi C}EN_K}{2} \sum_{n=0,2}^{12} Z_1(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_1)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_1^2 q^2\right) \exp(-R_1^2 q^2)$$

$$F_2^{(2)}(q) = -\frac{i3K_{\pi C}N_K^2}{2} \sum_{n=0,2}^{16} D'(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (\sqrt{2}R)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, \frac{R^2 q^2}{2}\right) \exp(-R^2 q^2/2)$$

$$R_1 = (1/R^2 + 4/a_0^2)^{-1/2}$$

3次项为

$$F^{(3)} = F_1^{(3)}(q) + F_2^{(3)}(q)$$

$$F_1^{(3)}(q) = \frac{i3K_{\pi C}EN_K^2}{2} \sum_{n=0,2}^{20} Z_2(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_2)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_2^2 q^2\right) \exp(-R_2^2 q^2)$$

$$F_2^{(3)}(q) = \frac{iK_{\pi C}N_K^3}{2} \sum_{n=0,2}^{24} D''(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, \frac{R^2 q^2}{3}\right) \exp(-R^2 q^2/3)$$

$$R_2 = (2/R^2 + 4/a_0^2)^{-1/2}$$

4次项为

$$F^{(4)}(q) = -\frac{iK_{\pi C}EN_K^3}{2} \sum_{n=0,2}^{28} Z_3(n) \Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) (2R_3)^{n+2} {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}, 1, R_3^2 q^2\right) \exp(-R_3^2 q^2)$$

$$R_3 = (3/R^2 + 4/a_0^2)^{-1/2}$$

以上各次项中的系数 $D(n)$, $D'(n)$, $D''(n)$ 可参见文献[2]中的附录, $Z(n)$, $Z_1(n)$, $Z_2(n)$, $Z_3(n)$ 则列于本文附录中。对于 $\pi^- - ^{13}\text{C}$ 弹性散射,只需将 $Z(n)$, $Z_1(n)$ 等换成对应的 $Z'(n)$, $Z'_1(n)$ 等。

3 结果和讨论

笔者计算了 $T_\pi=162\text{ MeV}$ 时的 $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射的微分截面,并与实验数据进行比较(实验数据取自文献[8])。图1给出了 $\pi^+-^{13}\text{C}$ 和 $\pi^- -^{13}\text{C}$ 实验值与理论曲线的比较,其中实

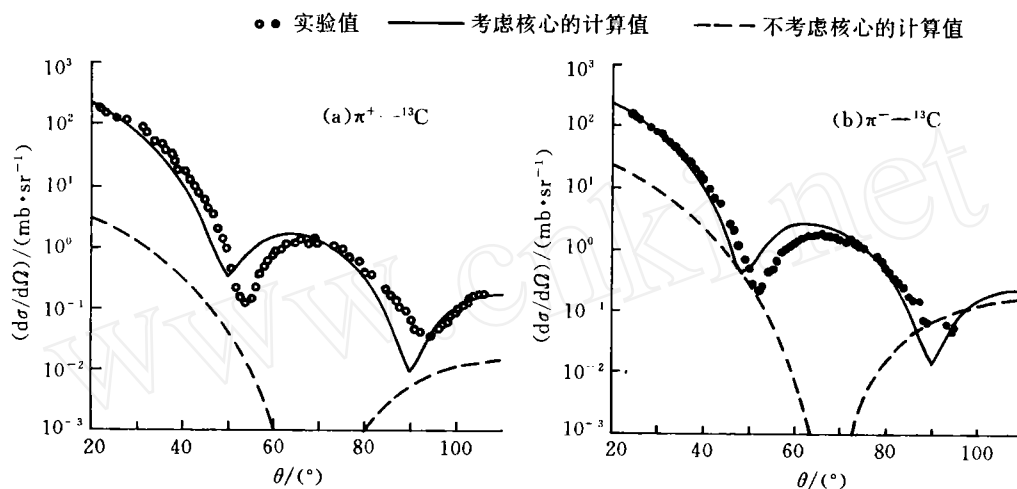


图1 $\pi^+-^{13}\text{C}$ (a)和 $\pi^- -^{13}\text{C}$ (b)弹性散射实验值与理论曲线的比较

线表示考虑 ^{12}C 核心在内的结果,虚线表示只考虑价中子的散射效应。可以看出,理论值与实验结果符合得较好,其符合程度不亚于文献[8],但本文的模型简单得多,其中原因可能是对核心的处理。将核心视为 3α 粒子系统可能是一种很好的近似,用 $f_\pi(q)$ 作为Glauber理论的输入量,在某种程度上将 π 吸收及核结构效应自动包含了进去。从图1还可看到,核心对散射过程的影响是很重要的。

图2给出了 $\pi^+-^{13}\text{C}$ 和 $\pi^- -^{13}\text{C}$ 弹性散射对比图。可以

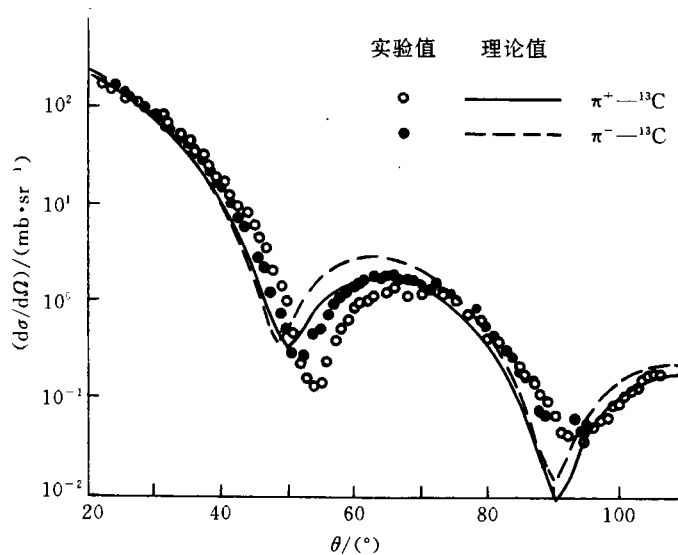


图2 $\pi^+-^{13}\text{C}$ 与 $\pi^- -^{13}\text{C}$ 弹性散射的区别
(理论与实验的对比)

看到,我们的计算将 $\pi^+-^{13}\text{C}$ 的弹性散射和 $\pi^- -^{13}\text{C}$ 弹性散射明显区别开来。对于小角度($\theta \leq 30^\circ$), π^+ 和 π^- 的截面基本相同, θ 超过 35° , π^- 散射截面相对 π^+ 朝小角度移动。另者,第1个极小值的深度, π^+ 大于 π^- ,而第2个极大值, π^- 大于 π^+ 。这种由于库仑力对 π^+ 和 π^- 的不同作用的影响,我们的理论也给出了与实验一致的结果。

综上所述, $\pi^\pm-^{13}\text{C}$ 弹性散射的分析进一步支持了由文献[4]所提出的模型, 同时可以看到, 核心对散射截面的贡献是重要的。

参 考 文 献

- 1 Bilger R, Clement H A, Schepkin M G. Signature of a πNN resonance in pionic double charge exchange at low energies. *Phys Rev Lett*, 1993, 71(1): 42
- 2 李清润, 陈生忠, 赵恩广. α 粒子模型下的 $\pi^- - ^{12}\text{C}$ 散射. *高能物理与核物理*, 1981, 5(6): 641
- 3 李清润, 陈生忠, 赵恩广. α 粒子模型下的 $\pi^- - ^{16}\text{O}$ 弹性散射. *原子核物理*, 1981, 3(4): 334
- 4 Zhao Enguang, Zeng Guomo, Liu Yuxin. Analysis of $^{14}\text{C}(\pi^+, \pi^-)^{14}\text{O}$ Reaction at 50 MeV. *Commun Theor Phys*, 1996, 25: 531
- 5 Binon F, Duteil P, Gouanere M, et al. Scattering of negative pions on helium. *Nucl Phys*, 1978(A298): 499
- 6 Rowe G, Salomon M, Landau R H. Energy-dependent phase shift analysis of pion-nucleon scattering below 400 MeV. *Phys Rev C*, 1978, 18(1): 584
- 7 Glauber R J. *Lecture in Theor Phys. In: Britin W E, Dunham L G, ed. Interscience. Vol 1, New York, 1959*
- 8 Seestrom-Morris S J, Dehnhard D, Franey M A, et al. Analysis of elastic and inelastic scattering of 162 MeV pions from ^{13}C by an optical potential and a collective model. *Phys Rev C*, 1983, 28(3): 1301

附录 散射振幅系数的计算

$Z(n)$:

$$\begin{aligned} Z(0) &= (A_0 - A_1) - 4(B_0 - B_1)/a_0^2 \\ Z(2) &= [2(A_0 - A_1) + 20(B_0 - B_1)/a_0^2]/a_0^2 \\ Z(4) &= -8(B_0 - B_1)/a_0^4 \end{aligned}$$

$Z'(n)$:

$$\begin{aligned} Z'(0) &= (A_0 + A_1) - 4(B_0 + B_1)/a_0^2 \\ Z'(2) &= [2(A_0 + A_1) + 20(B_0 + B_1)/a_0^2]/a_0^2 \\ Z'(4) &= -8(B_0 + B_1)/a_0^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0,2}^{12} Z_1(n)b^n &= \sum_{n=0,2}^4 Z(n)b^n \sum_{m=0,2}^8 D(m)b^m \\ \sum_{n=0,2}^{20} Z_2(n)b^n &= \sum_{n=0,2}^4 Z(n)b^n \sum_{m=0,2}^{16} D'(m)b^m \\ \sum_{n=0,2}^{28} Z_3(n)b^n &= \sum_{n=0,2}^4 Z(n)b^n \sum_{m=0,2}^{24} D''(m)b^m \\ \sum_{n=0,2}^{12} Z'_1(n)b^n &= \sum_{n=0,2}^4 Z'(n)b^n \sum_{m=0,2}^8 D(m)b^m \\ \sum_{n=0,2}^{20} Z'_2(n)b^n &= \sum_{n=0,2}^4 Z'(n)b^n \sum_{m=0,2}^{16} D'(m)b^m \\ \sum_{n=0,2}^{28} Z'_3(n)b^n &= \sum_{n=0,2}^4 Z'(n)b^n \sum_{m=0,2}^{24} D''(m)b^m \end{aligned}$$